



УДК 740

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ДЕЙСТВИЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Зак Анатолий Залманович

Психологический институт РАО

Доктор психологических наук, профессор

Моховая ул., дом 9

Москва

e-mail: jasmin67@mail.ru

Аннотация

Статья содержит изложение исследования познавательных действий, связанных с решением комбинаторных задач, у младших школьников (4 класс). Установлено, что занятия по разработанной автором программе «Поиск сочетаний», построенной на неучебном материале, существенно способствует повышению уровня успешности решения комбинаторных задач у четвероклассников.

Ключевые слова: четвероклассники, познавательные действия, совершенствование, комбинаторные задачи, пространственные задачи, маршрутные задачи.

IMPROVEMENT OF COGNITIVE ACTIONS IN YOUNGER SCHOOLCHILDREN

Anatoly Z. Zack

Psychological Institute of Russian Academy of Education

Mokhovaya street, 9

Moscow

e-mail: jasmin67@mail.ru

ABSTRACT

The article contains a description of the study of cognitive actions related to solving combinatorial problems in younger students. It was established that the classes developed by the author in the non-academic program "Search for Combinations" significantly contribute to increasing the level of success in solving combinatorial problems among fourth-graders.

Keywords: fourth-graders, cognitive actions, improvement, combinatorial problems, spatial problems, route problems.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для проведения исследования важно было рассмотреть работы, посвященные изучению особенностей решения комбинаторных задач младшими школьниками. Анализ этих работ позволил выделить два основных направления исследований.

Первое направление связано с изучением возможностей младших школьников 7 – 12 лет в решении комбинаторных задач. Так, на основе анализа особенностей сортировки различных предметов (рисунков, букв, кусочков домино, цифр) было установлено, что дети 7 – 8 и 9 – 10 лет способны находить различные удачные стратегии, оперируя с указанными объектами [12]. В другой работе [13] были отмечены возможности структурирования решений простых комбинаторных задач детьми 8 и 9 лет на основе использования ими информативных представлений.

Еще в одной работе [6] было установлено, что самые младшие из испытуемых (в экспериментах участвовали дети 7 – 12 лет) были способны найти успешные стратегии при решении комбинаторных задач с тремя изменяющимися признаками. В более поздней работе [7] этот же автор, суммируя результаты предыдущих исследований (см. [5, 6]), характеризует особенности разных типов комбинаторных задач и показывает, что сложность решаемых детьми комбинаторных задач связана с развитием их когнитивных способностей.

Такой же вывод делается и в работе [15], где была показана связь между уровнем умственного развития детей 8 – 11 лет (который определялся на основе решения известных задач Ж. Пиаже на сохранение количества [14]) и успешностью решения комбинаторных задач разной сложности.

Второе направление исследований связано с изучением стратегий и методов решения детьми комбинаторных задач. Так, в одних работах [3], [4] были охарактеризованы основные методы успешного решения учениками начальной школы 10 – 11 лет основных типов комбинаторных задач и показано, что наиболее эффективным методом выступает использование систематической записи, когда ученики создают возможные группы элементов посредством последовательного рассуждения.

В другом исследовании [8] при изучении особенностей решения детьми 10 лет было показано, что не все ученики смогли найти подходящее решение для комбинаторных задач без подсказок со стороны учителя. Представления, используемые учащимися, имели относительно небольшое влияние на выполнение задания. В отличие от этого, были обнаружена различная степень влияния на успешность выполнения уровней абстракции и характера используемых стратегий. Исходя из результатов исследования, делаются выводы о методах обучения, используемых в отношении комбинаторики в математике начальной школы.

Еще в один автор в ряде работ [9, 10, 11] изучал особенности стратегий решения учениками 9 – 10 лет комбинаторных задач (с повторением и без повторения комбинироваемых элементов), связанных с подсчетом числа возможных комбинаций. Было показано, что дети применяют три стратегии подсчета, отражающие соответствующие математические принципы.

В целом, анализ рассмотренных исследований позволяет отметить, что в их большей части используется учебное содержание. Мы считаем, что для формирования познавательных действий, связанных с решением комбинаторных задач, у школьников может применяться неучебный материал.

Дело в том, что такой материал создает благоприятные условия для совершенствования обсуждаемых познавательных действий, поскольку дети с недостаточными академическими достижениями с большей уверенностью действуют при решении поисковых неучебных задач, чем, когда они сталкиваются с типовыми учебными задачами. Это происходит потому, что действия с поисковыми задачами представляют для плохо успевающих школьников новый опыт, не связанный с неудачами, которые были у этих детей при решении типовых задач по школьным дисциплинам.

Целью нашего исследования было определение условий для совершенствования познавательных действий, связанных с решением комбинаторных задач, у четвероклассников. Гипотеза исследования состояла в том, что 20 занятий по программе «Поиск сочетаний» выступают условием отмеченного совершенствования. Эта гипотеза опирается на результаты пилотажных экспериментов, где 12 четвероклассников на протяжении 4 недель (по два занятия в неделю) решали поисковые задачи программы «Поиск сочетаний». На основе сопоставления результатов начальной и завершающей диагностики было установлено, что такие задачи вполне посильны четвероклассникам и в определенной степени способствуют успешности их действий при решении комбинаторных задач [1].

Программа «Поиск сочетаний» включает 20 видов поисковых задач двух родов: пространственные и маршрутные. Эти задачи связаны с комбинаторными действиями, поскольку при решении пространственных задач нужно искать сочетания действий для преобразования данного местоположения объектов в заданное, а при решении маршрутных задач требуется искать сочетания маршрутов перемещений воображаемых персонажей по игровому полю с тем, чтобы определить, как воображаемый персонаж мог попасть из данной точки игрового поля в заданную.

Исследование включало три этапа. На первом из них школьники контрольной (48 человек) и экспериментальной (51 человек) групп решали диагностические задачи с целью оценки уровня сформированности комбинаторных действий до занятий по программе «Поиск сочетаний». На втором этапе школьники экспериментальной группы участвовали в 20 развивающих занятиях (два занятия в неделю) по программе «Поиск сочетаний». На третьем этапе школьники обеих групп снова решали те же диагностические задачи, что и на первом этапе, для оценки уровня сформированности комбинаторных действий после развивающих занятий.

2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Программа «Поиск сочетаний» разработана для проведения 20 занятий на основе 20 видов поисковых задач неучебного содержания: 10 видов пространственных задач и 10 видов маршрутных задач. На каждом занятии ученики решали задачи одного вида.

1. Пространственные задачи

10 видов пространственных задач характеризуются следующими условиями.

Вид 1, например: «Как цифры $\underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad} \underline{\quad 2 \quad}$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как $\underline{\quad 2 \quad} \underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad} \underline{\quad}$?»

Правило: одно действие – это одна перестановка любой цифры на свободное место.

Решение: 1) $\underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad} \underline{\quad 2 \quad} \text{---} \underline{\quad} \underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad 2 \quad}$; 2) $\underline{\quad} \underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad 2 \quad} \text{---} \underline{\quad 2 \quad} \underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad}$ или два действия вместе $\underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad} \underline{\quad 2 \quad} \text{---} \underline{\quad} \underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad 2 \quad} \text{---} \underline{\quad 2 \quad} \underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad}$: первым действием цифра 7 переставляется на свободное место, вторым действием цифра 2 переставляется на свободное место.

Вид 2, например: «Как цифры $\underline{\quad 8 \quad} \underline{\quad 8 \quad} \underline{\quad 6 \quad} \underline{\quad}$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как буквы $\underline{\quad М \quad} \underline{\quad Д \quad} \underline{\quad} \underline{\quad Д \quad}$?»

Правило: 1) одно действие – это одна перестановка любой цифры на свободное место; 2) одинаковые цифры должны стоять на тех же местах, что и одинаковые буквы.

Решение: $\underline{\quad 8 \quad} \underline{\quad 8 \quad} \underline{\quad 6 \quad} \underline{\quad} \text{---} \underline{\quad} \underline{\quad 8 \quad} \underline{\quad 6 \quad} \underline{\quad 8 \quad} \text{---} \underline{\quad 6 \quad} \underline{\quad 8 \quad} \underline{\quad} \underline{\quad 8 \quad}$: 1) первым действием цифра 8 переставляется на свободное место, вторым действием – цифра 6 переставляется на свободное место.

Вид 3, например: «Как цифры $\underline{\quad 9 \quad} \underline{\quad} \underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad} \underline{\quad 4 \quad}$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как $\underline{\quad 4 \quad} \underline{\quad} \underline{\quad 7 \quad} \underline{\quad 9 \quad} \underline{\quad}$?»

Правило: одно действие – это одна перестановка любой цифры на свободное место.

Решение: $\underline{9} \mid \mid \underline{7} \mid \mid \underline{4} \mid \text{---} \mid \mid \mid \underline{7} \mid \underline{9} \mid \underline{4} \mid \text{---} \mid \underline{4} \mid \mid \underline{7} \mid \underline{9} \mid \mid$: первым действием цифра 9 переставляется на свободное место между цифрами 7 и 4, вторым действием – цифра 4 переставляется на свободное место, где до этого находилась цифра 9.

Вид 4, например: «Как цифры $\underline{5} \mid \mid \underline{5} \mid \mid \underline{2} \mid$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как буквы $\mid \mid \underline{B} \mid \underline{B} \mid \underline{H} \mid \mid ?$ »

Правило: 1) одно действие – это одна перестановка любой цифры на свободное место; 2) одинаковые цифры должны стоять на тех же местах, что и одинаковые буквы.

Решение: $\underline{5} \mid \mid \underline{5} \mid \mid \underline{4} \mid \text{---} \mid \mid \underline{5} \mid \underline{5} \mid \mid \underline{4} \mid \text{---} \mid \mid \underline{5} \mid \underline{5} \mid \underline{4} \mid \mid$: первым действием цифра 5 из крайнего места слева переставляется на свободное место между цифрами рядом с цифрой 5, вторым действием – цифра 4 переставляется на свободное место рядом с цифрой 5.

Вид 5, например: «Как цифры $\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 6 \\ \hline 9 & \end{array}$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как $\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 6 \\ \hline 9 & 6 \\ \hline \end{array}$?

Правило: одно действие – это одна перестановка любой цифры на соседнее свободное место по горизонтали или по вертикали, – нельзя переставлять цифры по диагонали.

Решение: $\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 6 \\ \hline 9 & \end{array} \text{---} \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 9 & 6 \\ \hline \end{array} \text{---} \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 9 & 6 \\ \hline \end{array}$: первым действием цифра 6 переставляется на свободное место вниз, вторым действием цифра 4 переставляется на свободное место справа.

Вид 6, например: «Как цифры $\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 5 \\ \hline \end{array}$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как буквы $\begin{array}{|c|c|} \hline K & B \\ \hline B & \end{array}$?

Правило: одно действие – это одна перестановка любой цифры на соседнее свободное место по горизонтали или по вертикали, – нельзя переставлять цифры по диагонали.

Решение: $\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 5 \\ \hline 8 & 5 \end{array} \text{---} \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 5 \\ \hline 5 & \end{array} \text{----} \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 5 \\ \hline 5 & \end{array}$: первым действием цифра 8 переставляется на свободное место вверх, вторым действием вверх, – цифра 5 переставляется на свободное место слева.

Вид 7, например: «Как цифры $\underline{8} \underline{4} \underline{1}$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как $\underline{1} \underline{8} \underline{4}$?

Правило: одно действие – это взаимный обмен местами любых двух цифр.

Решение: $\underline{8} \underline{4} \underline{1} \text{---} \underline{1} \underline{4} \underline{8} \text{---} \underline{1} \underline{8} \underline{4}$: первым действием меняются местами цифры 8 и 1, вторым действием – цифры 4 и 8.

Вид 8, например: «Как цифры $\underline{2} \underline{9} \underline{9} \underline{5}$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как буквы М К Р М ?

Правило: 1) одно действие – это взаимный обмен местами любых двух цифр; 2) в результате перестановок одинаковые цифры должны быть на тех же местах, что и одинаковые буквы.

Решение: $\underline{2} \underline{9} \underline{9} \underline{5} \text{---} \underline{2} \underline{9} \underline{5} \underline{9} \text{---} \underline{9} \underline{2} \underline{5} \underline{9}$: первым действием меняются местами цифры соседние цифры 9 и 5, вторым действием – соседние цифры 2 и 9.

Вид 9, например: «Как цифры $\begin{array}{|c|c|} \hline 9 & 1 \\ \hline 7 & 4 \\ \hline \end{array}$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как $\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 9 \\ \hline 4 & 7 \\ \hline \end{array}$?»

Правило: одно действие – это взаимный обмен местами любых двух цифр.

Решение: $\begin{array}{|c|c|} \hline 9 & 1 \\ \hline 7 & 4 \\ \hline \end{array} \text{---} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 9 \\ \hline 7 & 4 \\ \hline \end{array} \text{---} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 9 \\ \hline 4 & 7 \\ \hline \end{array}$: первым действием меняются цифры 1 и 9,

вторым действием – цифры 4 и 7.

Вид 10, например: «Как цифры $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ переставить за два действия так, чтобы они стояли, как буквы $\begin{bmatrix} Н & Н \\ В & Л \end{bmatrix}$?»

Правило: одно действие – это взаимный обмен местами любых двух цифр.

Решение: $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$: первым действием меняются цифры 2 и 5,

вторым действием – цифры 2 и 8.

2. Маршрутные задачи

10 видов маршрутных задач характеризуются следующими условиями.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Рис. 2. Игровое поле 1

Вид 1, например: «Какие два шага сделал муравей, чтобы попасть из клетки 11 в клетку 18?»

Правило: (1) «Муравей» воображаемый персонаж, который ходит по клеткам квадрата; (2) он перемещается следующим образом: а) может шагать прямо в соседнюю клетку, – по горизонтали (например, из клетки 13 в клетки 12 и 14) или по вертикали (например, из клетки 13 в клетки 8 и 18); б) может шагать наискось в соседнюю клетку, – по диагонали (например, из клетки 13 в клетки 7, 9, 19 и 17); (3) он не может делать два одинаковых шага подряд: два шага прямо или два шага наискось.

Решение: 11 ... 12 ... 18.

Вид 2, например: «Какие два перелета сделала бабочка, чтобы попасть из клетки 11 в клетку 5?»

Правило: (1) «Бабочка» воображаемый персонаж, который летает по клеткам квадрата; (2) она перемещается следующим образом: а) может летать прямо в соседнюю клетку, – по горизонтали (например, из клетки 13 в клетки 3 и 23) или по вертикали (например, из клетки 13 в клетки 11 и 15); б) может летать наискось через клетку, – по диагонали (например, из клетки 13 в клетки 5, 1, 21 и 25); (3) она не может делать два одинаковых перелета подряд: два перелета прямо или два перелета наискось.

Решение: 11 ... 13 ... 5.

Вид 3, например: «Какие два прыжка сделал кузнечик, чтобы попасть из клетки 11 в клетку 19?»

Правило: (1) «Кузнечик» воображаемый персонаж, который прыгает по клеткам квадрата; (2) он перемещается следующим образом: может прыгать через клетку (например, из клетки 13 в клетки 6, 2, 4, 10, 20, 24, 22, 16).

Решение: 11 ... 22 ... 19.

Вид 4, например: «Какие два перемещения сделали по очереди муравей и бабочка, чтобы попасть из клетки 7 в клетку 20?»

Правило: муравей может шагать только прямо, бабочка может летать только наискось.

Решение: 7...8...20.

Вид 5, например: «Какие два перемещения сделали по очереди муравей и бабочка, чтобы попасть из клетки 8 в клетку 22?»

Правило: муравей может шагать только наискось, бабочка может летать только прямо.

Решение: 8...12...22.

Вид 6, например: «Какие два перемещения сделали по очереди муравей и кузнечик, чтобы попасть из клетки 2 в клетку 10?»

Правило: муравей может шагать только прямо.

Решение: 2...3...10.

Вид 7, например: «Какие два перемещения сделали по очереди муравей и кузнечик, чтобы попасть из клетки 4 в клетку 17?»

Правило: муравей может шагать только наискось.

Решение: 4...8...17.

Вид 8, например: «Какие два перемещения сделали по очереди бабочка и кузнечик, чтобы попасть из клетки 18 в клетку 5?»

Правило: бабочка может летать только прямо.

Решение: 18...8...5.

Вид 9, например: «Какие два перемещения сделали по очереди бабочка и кузнечик, чтобы попасть из клетки 7 в клетку 22?»

Правило: бабочка может летать только наискось.

Решение: 7...19...22.

Вид 10, например: «Какие три перемещения сделали по очереди муравей, бабочка и кузнечик, чтобы попасть из клетки 6 в клетку 22?»

Правило: муравей и бабочка могут шагать и летать прямо и наискось.

Решение: 6...7...19...22.

3. Особенности занятий по программе «Поиск сочетаний»

Каждое занятие по программе включает три периода. В первом периоде (около 15 минут) педагог и дети рассматривают методы решения задач, предназначенных для этого урока. Необходимо для совершенствования познавательных действий, чтобы ученики, во-первых, понимали характер искомого в задачах того типа, которые предлагаются на этом уроке, и, во-вторых, знали, что нужно сделать, чтобы найти искомое.

Педагог рассказывает ученикам, как разбирать задачи, как организовать поиск того, что нужно найти, и как контролировать свои действия в ходе поиска решения.

Во втором периоде (около 30 минут) предоставляется время для самостоятельного решения от 12 до 15 задач. Здесь ученики имеют возможность использовать ту информацию, которые они получили в первом периоде от педагога.

В третьем периоде (около 15 минут) педагог проверяет задачи, самостоятельно решенные детьми. Во время проверки особое внимание уделяется неверным результатам, чтобы еще раз проинформировать учеников о том, как разбирать условия задач и как действовать, чтобы найти требуемый результат.

4. Диагностика комбинаторных действий

До и после занятий по программе «Поиск сочетаний» проводится групповая диагностика познавательных действий, связанных с решением комбинаторных задач, с учениками контрольной и экспериментальной групп.

Детям предлагают задачи, связанные с поиском комбинаций перемещений между двумя цифрами в вершинах и центре восьмиугольника (см. рис. 2)

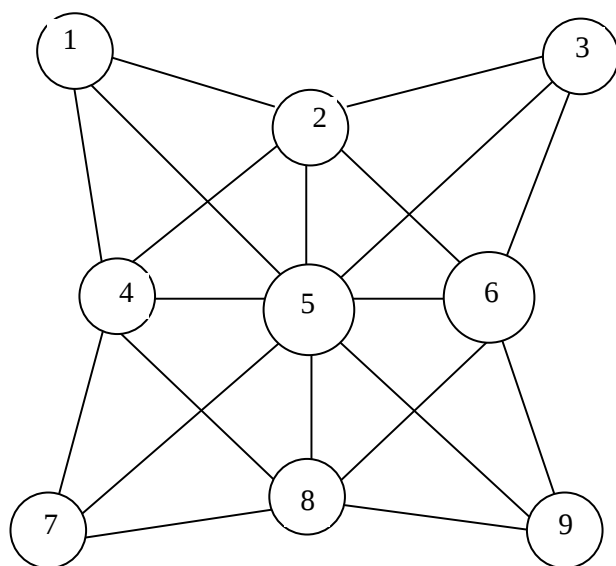


Рис. 2. Игровое поле 2

Сначала учитель рассказывает ученикам, что круги в вершинах восьмиугольника – это домики с номерами, а линии между домиками – это дорожки.

Далее педагог изображает на доске простую комбинаторную задачу: (4 ---? --- 2) и говорит: «Требуется узнать, по каким двум дорожкам можно пройти от домика 4 к домику 2?» После этого он вместе с учениками обсуждает решение этой задачи.

После обсуждения были найдены два варианта решения этой задачи: (4 --- 5 --- 2) and (4 --- 1 --- 2).

Далее ученикам предлагалось решать две более сложные задачи: в них нужно было найти разные комбинации из трех дорожек между двумя домиками:

1. 2 ---? ---? --- 8

2. 6 ---? ---? --- 4

Давалось по 10 минут на решение каждой задачи.

При интерпретации результатов решения этих задач учитывалось, что выбор последующей комбинации по отношению к предыдущей может осуществляться по-разному: случайным образом или на основе некоторого плана. В первом случае две соседние комбинации не имеют общего компонента (общей дорожки), например: (2 --- 1 --- 4 --- 8) или (2 --- 5 --- 6 --- 8). Во втором случае выбор последующая комбинация включает компонент (дорожку) из предыдущей комбинации, например: (2 --- 1 --- 4 --- 8) или (2 --- 1 --- 5 --- 8).

Если выбор последующей комбинации дорожек был случайным, то такая стратегия решения комбинаторной задачи считалась хаотической. Если выбор последующей комбинации дорожек был связан с предыдущей комбинацией, то такая стратегия решения комбинаторной задачи считалась систематической.

Если при решении задачи сочетаются случайный и неслучайный выборы последующей комбинации по отношению к предыдущей, то такая стратегия считалась смешанной.

Обработка результатов решения обеих задач позволила выделить три подгруппы испытуемых в контрольной и экспериментальной группах. Дети подгруппы А

реализовали хаотическую стратегию при решении обеих задач, дети подгруппы Б решили первую задачу с помощью хаотической стратегии, вторую – с помощью смешанной стратегии, дети подгруппы В реализовали смешанную стратегию при решении обеих задач. Среди испытуемых контрольной и экспериментальной групп не оказалось учеников, реализовавших систематическую стратегию при решении задач.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Характеристики формирования познавательных действий у детей контрольной и экспериментальной групп представлены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1.

Количество учеников контрольной и экспериментальной групп, решивших до занятий по программе «Поиск сочетаний»: обе задачи с помощью хаотической стратегии, – подгруппа А, первую задачу с помощью хаотической стратегии, вторую – с помощью смешанной стратегии, – подгруппа Б, обе задачи с помощью смешанной стратегии, – подгруппа В (в %).

Группы	Подгруппы		
	А	Б	В
Контрольная	52,08	25,00	22,92
Экспериментальная	54,90	23,52	21,58

Таблица 2.

Количество учеников контрольной и экспериментальной групп, решивших после занятий по программе «Поиск сочетаний»: обе диагностические задачи с помощью хаотической стратегии, – подгруппа А, первую задачу с помощью хаотической стратегии, вторую – с помощью смешанной стратегии, – подгруппа Б, обе задачи с помощью смешанной стратегии, – подгруппа В (в %).

Группы	Подгруппы		
	А	Б	В
Контрольная	47,92*	27,08	25,00
Экспериментальная	25,49*	35,29	39,22

Note: * $p < 0,05$

Согласно Таблице 1, результаты, продемонстрированные детьми разных подгрупп в контрольной и экспериментальной группах, существенно не отличались. Разница в численности между подгруппами А в контрольной и экспериментальной группах составила 2,82%, в подгруппах Б – 1,48%, в подгруппах В – 1,34%.

Анализ данных Таблицы 2 показывает, что различие в численности указанных подгрупп обеих групп изменилась и стало статистически значимой для подгруппы А:

22,43% ($p < 0,05$). Различия в подгруппах Б и В также увеличилось (соответственно, с 1,48% до 8,21%, и с 1,34% до 14,22%), но осталось статистически незначимой.

Таким образом, результаты исследования подтверждают исходную гипотезу: программа «Поиск сочетаний» существенно способствует улучшению комбинаторных действий у четвероклассников.

Следует отметить особенности экспериментальных условий проведенного исследования.

В частности, данные, полученные в итоге исследования, объясняются, во-первых, содержанием программы «Поиск сочетаний»: неучебный материал задач, включенных в программу, их разнообразие, – два рода задач (пространственные и маршрутные) и десять видов каждого рода.

Во-вторых, особенностями программы: 20 занятий (по два занятия в неделю) на протяжении трех месяцев; каждое занятие включает три периода – предварительное обсуждение, самостоятельное решение детьми задач, завершающее обсуждение. Предварительные и заключительные обсуждения необходимы для разъяснения ученикам приемов анализа и решения задач, методов мониторинга и оценки решений с тем, чтобы создать условия для совершенствования познавательных действий.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как отмечалось, цель исследования состояла в определении условий для формирования у четвероклассников познавательных действий, связанных с решением комбинаторных задач. В результате проведенных экспериментов было установлено, что авторская программа «Поиск сочетаний» (20 видов задач неучебного содержания) действительно выступает существенным условием для достижения этой цели.

Полученные в исследовании новые знания об условиях совершенствования познавательных действий задач расширяют и уточняют представления возрастной психологии о возможностях интеллектуального развития младших школьников. Установленная эффективность программы «Поиск сочетаний» позволяет предположить, что программы развития, основанные на неучебном материале, могут стать основой для интеллектуального обогащения образовательной среды начальных школ.

По словам учителей, занятия по программе «Поиск сочетаний» привели к позитивным изменениям как в их деятельности, так и в поведении учащихся.

Так, учителя стали применять больше задач с неполными условиями или отсутствующими вопросами и чаще предлагать детям сочинять задачи, аналогичные тем, которые решались в классе (дополнительную информацию о психологических особенностях сочинения задач детьми см. в [2]).

У школьников же появилась более высокая активность в обсуждении затруднений, возникающие при решении математических задач, и в подборе примеров, иллюстрирующих изучаемые правила грамматики.

На следующих этапах нашей работы по определению условий для формирования познавательных действий, связанных с решением комбинаторных задач, планируется провести аналогичное исследование с учениками третьего и второго классов. Это позволит более полно и более точно оценить влияние программы «Поиск сочетаний» на формирование познавательных действий у младших школьников.

На основании полученных в этих исследованиях данных планируется разработать комплексную программу обучения мышлению учащихся начальных классов, где программа «Поиск сочетаний» будет служить пропедевтикой для развития критического и творческого мышления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зак А.З. Мышление младшего школьника. СПб.: Содействие, 2004.
2. Зак А.З. Развитие авторского мышления младших школьников. М.: Библио-Глобус, 2016.
3. Břehovský, J., Příhonská, J. (2017). Combinatorial problems of mathematics for elementary school. 16th Conference of Applied Mathematics. Source: Aplimat. *Journal of Applied Mathematics and Engineerings*, 206 – 214.
4. Břehovský, J., Příhonská, J. (2018). The ability of primary school pupils to solve combinatorial tasks 17th Conference on Applied Mathematics. Source: Aplimat. 108 – 116
5. English L.D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (5), 451- 474.
6. English L.D. (1993). Children's strategies for solving two- and three-dimensional combinatorial problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 255-273.
7. English L.D. (2005) Combinatorics and the Development of Children's Combinatorial Reasoning. In: Jones G.A. (eds) *Exploring Probability in School. Mathematics Education Library*, vol 40. Springer, Boston, MA.121-141.
8. Herzog M., Ehlert A., Fritz A. (2017) [Kombinatorikaufgaben in der dritten Grundschulklasse](#). *Journal für Mathematik-Didaktik*, 38, 263 – 289.
9. Höveler K. (2016). Children's combinatorial counting strategies and their relationship to 13th International Congress on Mathematical Education Hamburg, 24-31 July 2016 TU Dortmund, Germany, 231 – 245.
10. Höveler K. (2018a). Children's Combinatorial Counting Strategies and their Relationship to Conventional Mathematical Counting Principles. *Teaching and Learning Discrete Mathematics Worldwide: Curriculum and Research. ICME-13 Monographs*, edited by Hart Eric W, Sandefur James, 81-92. Cham: Springer.
11. Höveler K. (2018b). Solving combinatorial counting problems: Primary children's recursive strategies. Beitrag präsentiert auf der 42nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Umea, Schweden.
12. Krpec, R. (2014) The development of combinatorial skills of the lower primary school pupils through organizing the sets of elements. *Acta mathematica*, 17.
13. Maher, C., Yankelewitz, D. (2010). Representations as tools for building arguments. In Maher, C., Powell, A., & Uptegrove, E. (Eds.), *Combinatorics and Reasoning: Representing, Justifying and Building Isomorphisms* (pp. 17-26). New York, NY: Springer.
14. Piaget, J., Inhelder B. (1969). *The Psychology of the Child*. New York: Basic Books.
15. White, H. (1984). The Development of Combinatorial Reasoning: The Role of Cognitive Capacity. *The Journal of Genetic Psychology: Research and Theory on Human Development* 145, (2), 185 - 193.

References

1. Zak A. (2004). *Myshlenie mladshego shkol'nika* [Thinking of the younger school student]. Sankt-Peterburg: Sodeystvie [in Russian].
2. Zak A. (2016). *Razvitie avtorskogo myshlenia u mladshih shkol'nikov* [Development of author's thinking in younger schoolchildren]. Moscow: Biblio-Globus [in Russian].
3. Břehovský, J., Příhonská, J. (2017). Combinatorial problems of mathematics for elementary school. 16th Conference of Applied Mathematics. Source: Aplimat. *Journal of Applied Mathematics and Engineerings*, 206 – 214.
4. Břehovský, J., Příhonská, J. (2018). The ability of primary school pupils to solve combinatorial tasks 17th Conference on Applied Mathematics. Source: Aplimat. 108 – 116

5. English L.D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (5), 451- 474.
6. English L.D. (1993). Children's strategies for solving two- and three-dimensional combinatorial problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(3), 255-273.
7. English L.D. (2005) Combinatorics and the Development of Children's Combinatorial Reasoning. In: Jones G.A. (eds) *Exploring Probability in School. Mathematics Education Library*, vol 40. Springer, Boston, MA.121-141.
8. Herzog [M.](#), [Ehlert A.](#), [Fritz A.](#) (2017) [Kombinatorikaufgaben in der dritten Grundschulklasse](#). *Journal für Mathematik-Didaktik*, 38, 263 – 289.
9. Höveler K. (2016). Children's combinatorial counting strategies and their relationship to 13th International Congress on Mathematical Education Hamburg, 24-31 July 2016 TU Dortmund, Germany, 231 – 245.
10. Höveler K. (2018a). Children's Combinatorial Counting Strategies and their Relationship to Conventional Mathematical Counting Principles. *Teaching and Learning Discrete Mathematics Worldwide: Curriculum and Research. ICME-13 Monographs*, edited by Hart Eric W, Sandefur James, 81-92. Cham: Springer.
11. Höveler K. (2018b). Solving combinatorial counting problems: Primary children's recursive strategies. Beitrag präsentiert auf der 42nd Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Umea, Schweden.
12. Krpec, R. (2014) The development of combinatorial skills of the lower primary school pupils through organizing the sets of elements. *Acta mathematica*, 17.
13. Maher, C., Yankelewitz, D. (2010). Representations as tools for building arguments. In Maher, C., Powell, A., & Uptegrove, E. (Eds.), *Combinatorics and Reasoning: Representing, Justifying and Building Isomorphisms* (pp. 17-26). New York, NY: Springer.
14. Piaget, J., Inhelder B. (1969). *The Psychology of the Child*. New York: Basic Books.
15. White, H. (1984). The Development of Combinatorial Reasoning: The Role of Cognitive Capacity. *The Journal of Genetic Psychology: Research and Theory on Human Development* 145, (2), 185 - 193.