
ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ И ВРЕМЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ДВУМЯ ДВИЖУЩИМИСЯ НЕИНЕРЦИАЛЬНЫМИ ОБЪЕКТАМИ С УЧЕТОМ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭФФЕКТОВ

Гуликов Андрей Владимирович,

к.т.н.

ОАО ИнфоТеКС (г. Москва), ведущий программист

Аннотация

Представлен метод расчета наблюдаемых пространственных и временных характеристик между двумя неинерциально движущимися объектами, обменивающимися сигналами. Получено решение двух задач для однонаправленного ускорения объектов, и двух задач для кругового движения. Значимыми результатами являются: получение зависимостей триангулярного и радиолокационного расстояний, которые существенным образом отличаются друг от друга; анализ взаимного темпа течения времени и одновременности событий; выделение неустранимых фаз переходного процесса, обусловленных стартом и прекращением ускорений; получение эффекта прецессии Томаса.

Ключевые слова: релятивистские эффекты; неинерциальное движение; триангулярное расстояние; радиолокационное расстояние; синхронизация времени; одновременность событий; прецессия Томаса; парадокс Белла.

SPATIAL AND TEMPORAL RELATIONS BETWEEN TWO MOVING NON-INERTIAL OBJECTS, TAKING INTO ACCOUNT RELATIVISTIC EFFECTS

Andrey V. Gulikov,

Cand. Sc.

InfoTeCS Inc., lead programmer.

ABSTRACT

A method for calculating the observed spatial and temporal characteristics between two non-inertially moving objects exchanging signals is presented. The solution of two problems for unidirectional acceleration of objects and two problems for circular motion is obtained. Significant results are: obtaining the dependencies of the triangular and radar distances, which differ significantly from each other; analysis of the mutual rate of time flow and simultaneity of events; identification of the unavoidable phases of the transition process caused by the start and termination of accelerations; obtaining the Thomas precession effect.

Keywords: relativistic effects; non-inertial motion; triangular distance; radar distance; time synchronization; simultaneity of events; Thomas precession; Bell's paradox.

Введение. Теория относительности требует пересмотра решений многих физических задач. Интересным кругом задач является теоретическое получение наблюдаемых пространственных и временных характеристик между двумя произвольно движущимися объектами с учетом релятивистских эффектов. Вызывающим удивление фактом, однако, является либо полное отсутствие, либо лишь частичное упоминание задач данной тематики. В современной научной и учебной литературе по СТО, для получения физических результатов используется метод координатных преобразований, которые, в свою очередь приводят к преобразованиям физических величин: энергия, импульс, плотность и т.д. [1-6]. При этом, неявно предполагается, что инерциальные системы, относительное движение которых рассматривается, уже некоторым образом «приготовлены», и процесс приготовления таких систем никак описывается. Казалось бы, что приготовление систем должно решаться в рамках ОТО, расширяя решения путем перехода к криволинейным системам координат. Но ОТО концентрируется на вопросах гравитации, а задачи неинерциального движения предлагает рассматривать путем формальной замены гравитации на ускорение, исходя из принципа эквивалентности [7,8]. Такая формальная замена хотя и дает результаты в ряде простых случаев, тем не менее не может претендовать на универсальность. В современной теории гравитации остаются открытыми вопросы, как интерпретации систем отсчета, так и границы применимости принципа эквивалентности [2,9,10]. На фоне этих не полностью решенных вопросов имеется крайне малое количество неинерциальных задач [2,3,11,12]. Здесь, по мнению автора, имеется методический пробел. Этот пробел частично компенсируется альтернативными теориями, не признающими отсутствие выделенной системы отсчета. В [13] предлагается большое количество пространственных и временных парадоксов с точки зрения наблюдателя, получаемых путем накладывания «чистых» эффектов Лоренц преобразований (замедление, сокращение) на «бытовые» условия, а затем делается вывод о противоречивости СТО. Такой подход представляется некорректным. Предлагаемый метод решения некоторых задач неинерциального движения не использует координатный подход. Это является наиболее оригинальным аспектом работы, при ее сопоставлении с вышеперечисленными источниками (а также с современными научными статьями). Следует также отметить, что предлагаемый метод решения не выходит за рамки положений и математических соотношений СТО. Основная цель работы – показать, что рассматриваемые наблюдаемые релятивистские эффекты являются следствиями, естественным образом вытекающими из принципов СТО, и приводят к непротиворечивым и согласующимся результатам.

Структура статьи. Описывается общая и формальная постановка задачи; приводятся исходные соотношения для инерциального наблюдателя; приводятся скорректированные соотношения для неинерциального наблюдателя; осуществляется решение четырех задач: однонаправленное ультра короткое ускорение, однонаправленное квазисвязанное ускорение, движение по окружности относительно центра, диаметрально противоположное движение по окружности; обсуждаются значимые результаты.

Общая постановка задачи. Даны два «малых» одинаковых объекта, движущихся произвольным образом друг относительно друга. Движение задается в некоторой плоскости, что ограничивает постановку двумерным случаем, но не является принципиальным ограничением. Между объектами настроен информационный канал, позволяющий обмениваться световыми сигналами. Имеется возможность посылать световой сигнал, отражать принимаемый сигнал, принимать как чужой, так и собственный удаленно отраженный сигнал. Принципиально наблюдаемыми величинами являются:

частоты чужого и собственного отраженного сигналов, а также угловые характеристики удаленного объекта: направление расположения и угловые размеры. Требуется по заданным условиям, таким как ускорение, начальная относительная скорость и взаимное расположение теоретически рассчитывать перечисленные наблюдаемые характеристики, а также их производные: расстояние, собственное время наблюдаемого объекта.

Формализация постановки. Будем обозначать объекты наблюдателя и наблюдаемого соответственно А и В. Относительная (относительно некоторой произвольно заданной, эталонной) частота принимаемого сигнала:

$$k_{AB} = \frac{\omega_{AB}}{\omega_0}; k_{AA} = k_A = \frac{\omega_{AA}}{\omega_0}; k_{BA} = k_B = \frac{\omega_{BA}}{\omega_0}$$

, где индексами обозначены источник и приемник (в случае приемника А второй индекс может быть опущен).

Вводятся следующие углы (относительно базиса А):

α_n – угол вектора направления наблюдаемого объекта (направленность от В к А);

α_v – угол вектора относительной скорости;

$\alpha_{w(A)}$ – угол вектора собственного ускорения объекта А;

$\alpha_{w(B)}$ – угол вектора собственного ускорения объекта В;

$\alpha = \alpha_n - \alpha_v$;

$\gamma = \alpha_n - \alpha_{w(A)} - \pi$;

β – модуль безразмерной относительной скорости;

$\dot{\beta}$ – модуль собственного ускорения;

R – модуль расстояния между объектами (пространственные величины будут иметь размерность времени: $\frac{R}{c} \rightarrow R$);

τ – собственное время наблюдателя (используется в качестве аргумента);

t – время по часам А ($t \equiv \tau$);

t_B – время по часам В посылки сигнала из В;

t_A – время по часам А посылки сигнала из А, удаленно отраженного в В, и принятого в А.

Априори задаваемыми условиями задач будут величины: собственные ускорения $\dot{\beta}(\tau)$: $\dot{\beta}$, α_w объектов А и В; начальное взаимное расположение $\mathbf{R}(0)$: R, α_n ; начальный вектор относительной скорости $\beta(0)$: β, α_v . Требуется по определенным математическим соотношениям рассчитывать величины: $R, \alpha_n, k_A, k_B, t_A, t_B$ как функции собственного времени.

Выведем общие соотношения, которые будут использоваться для решения частных задач. Во-первых, наблюдаемое по принимаемому сигналу собственное время объекта:

$$\frac{dt_x}{d\tau} \equiv k_x \quad (1)$$

, что принципиально позволяет следить за течением собственного времени удаленного объекта.

Для вспомогательных вычислений будем использовать формулы угловой абберации и доплеровского смещения светового сигнала [1]:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} \quad (2)$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \alpha} \quad (3)$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1+\beta \cos \alpha_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (4)$$

$$\cos \alpha = \frac{\beta + \cos \alpha_0}{1+\beta \cos \alpha_0} \quad (5)$$

, где угол α_0 – это угол в сопутствующей для наблюдаемого объекта системе отсчета. Для инерциального наблюдателя координатные характеристики наблюдаемого объекта, с учетом запаздывания сигнала, в дифференциальной форме запишутся:

$$\frac{dR}{d\tau} = - \frac{\beta \cos \alpha}{1 - \beta \cos \alpha} = \frac{1 - \frac{1 + \beta \cos \alpha}{1 - \beta \cos \alpha}}{2} \quad (6)$$

$$\frac{d\alpha_n}{d\tau} = \frac{1}{R} \frac{\beta \sin \alpha}{1 - \beta \cos \alpha} \quad (7)$$

Для инерционного наблюдателя величина R входящая в (6,7) является характеристикой пространственной удаленности объекта. Если известны наблюдаемые величины, $\frac{dR}{d\tau}, \frac{d\alpha_n}{d\tau}$, а также текущее значение величины R , это позволяет однозначно вычислять β, α , и тем самым восстанавливать общую картину движения. Величину R можно получить несколькими методами. Триангулярный метод [2] измеряет угловые размеры объекта и использует евклидову геометрию: $R_T = \sim \frac{\Delta r}{\Delta \alpha}$. Следует сразу обратить внимание, что величина R , входящая в (6,7) имеет геометрическое содержание, поэтому в дальнейшем будем подразумевать в этих формулах именно ее. Радиолокационный метод является принципиально другим методом:

$$R_R = \frac{t - t_A}{2} \quad (8)$$

Следствием постулатов СТО является тождественное равенство величин R_T и R_R . Покажем их согласованность при вычислении из наблюдаемых величин. Соотношение (6) можно переписать с использованием величины k_B , вычисляемой из (3). Сложим ее квадрат с квадратом $R \frac{d\alpha}{d\tau}$ из (7):

$$k_B^2 + \left(R \frac{d\alpha}{d\tau}\right)^2 = \frac{1 - \beta^2 + \beta^2 \sin^2 \alpha}{(1 - \beta \cos \alpha)^2} = \frac{1 + \beta \cos \alpha}{1 - \beta \cos \alpha} \quad (9)$$

Соотношение (6) с учетом (9) запишется:

$$\frac{dR_T}{d\tau} = \frac{1 - (k_B^2 + (R \frac{d\alpha}{d\tau})^2)}{2} \quad (10)$$

С другой стороны, производная для соотношения (8):

$$\frac{dR_R}{d\tau} = \frac{1 - k_A}{2} \quad (11)$$

Общим правилом для расчета k_A является произведение коэффициентов в моменты отражения (в точке В) и в момент обратного приема сигнала (в точке А):

$$k_A(\tau) = k_{AB}(t_B(\tau)) \cdot k_{BA}(\tau) \quad (12)$$

Важно отметить, что коэффициент k_{BA} должен вычисляться по формуле (3), а коэффициент k_{AB} – по формуле (4), и при этом входящие в формулы углы α, α_0 равны друг другу. Это равенство можно показать, рассматривая эти углы, в точках А и В, в системе отсчета объекта А, при прилежащих параллельных прямых (отложенных в направлении относительной скорости), и с учетом перехода в движущуюся систему отсчета в точке В. Поэтому:

$$k_A = \frac{1 + \beta \cos \alpha}{1 - \beta \cos \alpha} \quad (13)$$

Подставляя (13) в (11) получим:

$$\frac{dR_R}{d\tau} = \frac{1 - \frac{1 + \beta \cos \alpha}{1 - \beta \cos \alpha}}{2} \quad (14)$$

, что дает тождественное равенство $\frac{dR_T}{d\tau} \equiv \frac{dR_R}{d\tau}$, это и требовалось показать. Сопоставление (10) и (11) приводит к еще одному тождественному соотношению для инерциальных объектов:

$$k_B^2 + \left(R \frac{d\alpha_n}{d\tau}\right)^2 = k_A \quad (15)$$

Для неинерциального наблюдателя приведенные рассуждения, включая формулы (6,7), требуют корректировки. Когда наблюдатель становится неинерциальным, он

переходит в каждый момент времени в новую сопутствующую систему отсчета. Это, в свою очередь, ведет к изменению угла абберации в соответствии с (2). Угол абберации зависит от угла между направлением на объект и собственным ускорением (в роли α_0 теперь фигурирует угол γ), а также от величины приращения собственной скорости $d\beta$. Но этот угол не зависит от относительной скорости наблюдаемого объекта, то есть объекты с любой относительной скоростью одинаково «визуально перемещаются» из одного положения в другое. Дифференцирование (2) с учетом (3) дает изменение угла абберации по причине неинерциальности наблюдателя:

$$\frac{d\alpha^*}{d\tau} = -\dot{\beta} \sin \gamma \quad (16)$$

Важно отметить, что по причине абберации, дополнительно изменяется и R_T . Покажем это путем геометрической интерпретации. Допустим, наблюдатель приобретает скорость в некотором направлении (роль исходного угла теперь выполняет γ). Имеем прямоугольный треугольник с гипотенузой R_0 (расстояние между объектами перед началом ускорения) и высотой H : $H = R_0 \sin \gamma$. После ускорения наблюдатель получает абберацию направления объекта с некоторым результирующим углом $\gamma_1 = \gamma + d\alpha^*$. Новый треугольник будет $H = R_1 \sin \gamma_1$. Приравнивая высоты и сравнивая с (2) получаем:

$$\frac{R_1}{R_0} = \frac{\omega_1}{\omega_0} \quad (17)$$

Это соотношение показывает, что масштабное изменение расстояния, прямо пропорционально релятивистскому доплеровскому смещению. Соотношение (17) можно считать, в дополнение к (2-5), наблюдаемым релятивистским эффектом дополнительного изменения триангулярного расстояния по причине неинерциальности наблюдателя. Дифференцирование (17) по собственному времени дает:

$$\frac{dR_T}{d\tau} = R_T \dot{\beta} \cos \gamma \quad (18)$$

Интересно отметить, что (17) является интегральным соотношением (в случае однонаправленного приращения скорости). Также интересно отметить, что приращение расстояния пропорционально самому же расстоянию, и имеет качественно иной характер по сравнению с традиционной кинематикой. Итак, формулы (6,7) следует аддитивно дополнить «неинерциальными» членами:

$$\frac{dR_T}{d\tau} = -\frac{\beta \cos \alpha}{1-\beta \cos \alpha} + R_T \dot{\beta} \cos \gamma \quad (19)$$

$$\frac{d\alpha_n}{d\tau} = \frac{1}{R_T} \frac{\beta \sin \alpha}{1-\beta \cos \alpha} - \dot{\beta} \sin \gamma \quad (20)$$

Из полученных результатов следует следующее. Величины R_T и R_R перестают совпадать хотя бы уже потому, что R_R не обладает свойством (17). Как следствие, формула (8) теряет свой исходный физический смысл. Вернуть этот смысл было бы можно, положив поправочный коэффициент пропорциональности таким, чтобы для любого интересующего промежутка времени удовлетворялось $R_T = R_R = c' \frac{t-t_A}{2}$. Однако, величина поправочного коэффициента существенно зависит от конкретных условий неинерциальности, и не несет полезного физического содержания. Тем не менее, для получения и сопоставления теоретических результатов будет продолжено использование (8) с учетом этого замечания.

Для расчета R_R по формуле (8), требуется вычисление $k_A(\tau)$, и последующее по нему интегрирование $t_A(\tau)$. Соотношение (13) перестает тождественно удовлетворяться, однако общим правилом для расчета величины k_A остается умножение относительных частот в точке наблюдения и в точке отражения (12). В точке отражения объекты как бы меняются ролями, и для получения k_A требуется производить расчет в двух местах и непрерывно согласовывать их. В общем случае такой расчет является нетривиальной задачей.

Одномерная постановка задачи позволяет использовать приемы, дающие возможность получить аналитическое решение для k_A, t_A . Например, для продольно ускоряющихся объектов можно ввести вспомогательный инерциальный объект С, располагающийся на линии между ними и «прозрачно» ретранслирующий сквозь себя сигналы: посланный и отраженный. Тогда коэффициент k_A может быть рассчитан как произведение относительных частот сигналов на четырех отрезках:

$$k_A(\tau) = k_{AC}(t_A)k_{CB}(t_B)k_{BC}(t_B)k_{CA}(t) \quad (21)$$

Ранее было показано, что для инерциальных объектов $k_{BA}(t)$ вычисляется по формуле (3), $k_{AB}(t_B)$ вычисляется по формуле (4). Если относительное перемещение является продольным, то эти значения совпадают (так как $\cos \alpha = \cos \alpha_0 = \pm 1$). Более того, они совпадают, даже если один из объектов является неинерциальным, так как в каждый момент времени его движение можно сопоставлять с некоторой сопутствующей инерциальной системой отсчета. Тогда, для инерциального наблюдателя Х будет удовлетворяться $k_{YX}(t_X:t_Y) = k_{XY}(t_Y)$, где событие справа соответствует фиксации коэффициента k в точке Y, а событие слева – приему этого сигнала «события фиксации» в точке X. Исходя из этого, преобразуем (21):

$$k_A(\tau) = k_{CA}(t_A)k_{CB}^2(t_B)k_{CA}(t) \quad (22)$$

Для последующего интегрирования t_B , аналогично следует рассмотреть сигнал из точки В в точку А, но только на двух отрезках:

$$k_B(\tau) = k_{CB}(t_B)k_{CA}(t) \quad (23)$$

Таким образом, для использования соотношений (22, 23) требуется получить зависимости $k_{CA}(t); k_{CB}(t_B); k_{CA}(t_A)$, которые являются наблюдаемыми характеристиками в точках А и В для вспомогательного инерциального объекта С.

Для одномерных задач будут использоваться безразмерные переменные:

$$\frac{t}{R_0} \rightarrow t; \frac{R}{R_0} \rightarrow R; \beta \cdot R_0 \rightarrow \beta; R_0 \rightarrow 1 \quad (24)$$

, где R_0 - исходное расстояние между объектами.

Рассмотрим одномерную задачу о продольном одинаковом ультра коротком ускорении «несвязных» объектов. Два объекта, неподвижно расположенные друг от друга на расстоянии R_0 , одновременно получают одинаковый короткий (временем импульса пренебрегаем) импульс в продольном направлении, после чего продолжают равномерное инерциальное движение со скоростью β . Таким образом, по условию задачи, все характеристики движения объектов одинаковые, с той лишь разницей, что один объект является убегающим, а другой – догоняющим. Требуется рассчитывать наблюдаемые $R_R(\tau)$, $R_T(\tau)$, $t_A(\tau)$, $t_B(\tau)$. Сначала решим задачу для убегающего наблюдателя. Введем коэффициент:

$$k = \frac{\sqrt{1+\beta}}{\sqrt{1-\beta}}, k \geq 1 \quad (25)$$

Для убегающего объекта $\cos \alpha = -1$, для догоняющего $\cos \alpha = 1$, и тогда, согласно (3):

$$k_{CA} = \frac{1}{k}; k_{CB} = k, (t \geq 0) \quad (26)$$

Будем искать зависимости $t_A(\tau)$, $t_B(\tau)$, начальные значения которых: $t_A(0) = -2$, $t_B(0) = -1$. Подставляя (26) в (23):

$$k_B(t_B) = \frac{1}{k}, (t_B < 0); k_B(t_B) = 1, (t_B \geq 0) \quad (27)$$

Подставляя (26) в (22):

$$\begin{aligned} k_A(t_A) &= \frac{1}{k}, (t_A: t_B < 0); \\ k_A(t_A) &= k, ([t_A: t_B \geq 0; t_A < 0]); \\ k_A(t_A) &= 1, (t_A \geq 0) \end{aligned} \quad (28)$$

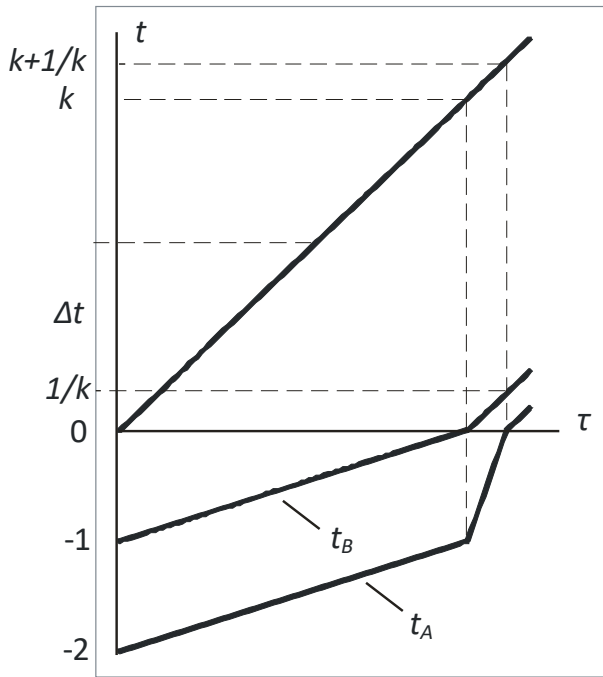


Рисунок 1. Зависимости t_A, t_B наблюдаемые на убегающем объекте.

Из рисунке 1 можно увидеть следующее. Имеется «переходный процесс» наблюдаемой величины $R_R(\tau)$, вычисляемой по формуле (8), который разделяется на две фазы: медленную и быструю. По завершении переходного процесса величина R_R приобретает стационарное значение:

$$R_R = \frac{k^2+1}{2k} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

, соответствующее релятивистскому растяжению исходного расстояния. Это растяжение ожидаемо, так как компенсируется отсутствием релятивистского сжатия с точки зрения исходной системы отсчета. Проанализируем время. Как видно из рисунка 1, наблюдаемое время t_B ($t_B = \frac{1}{k} : t_A = 0$) отстает от середины промежутка времени $t_m = \frac{t+t_A}{2}$:

$$\Delta t = t_m - t_B = \frac{k^2+1}{2k} - \frac{1}{k} = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Это отставание ожидаемо, и соответствует разнице времени при координатном Лоренц преобразовании, а его устранение требует искусственной синхронизации показаний часов между объектами. Вычислим $R_T(\tau)$. Согласно (17), $R_T(0) = k_{CA} = \frac{1}{k}$, то есть «скачкообразно» сокращается в момент старта. Согласно (10), и с учетом отсутствия углового перемещения, следует подставить k_B из (27). Интегрирование дает:

$$R_T = \frac{1}{k} + \frac{1-(\frac{1}{k})^2}{2} \cdot \tau, (\tau < k); R_T = \frac{k^2+1}{2k} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, (\tau \geq k) \quad (29)$$

Условие $(\tau \geq k)$ соответствует $t_B \geq 0$, что можно увидеть из рисунка 1. То есть, переходный процесс для R_T равен по времени первой фазе переходного процесса для R_R , а результирующие величины по окончании «полного перехода» совпадают.

Решение для догоняющего наблюдателя отличается заменой в (27-29) $k \rightarrow \frac{1}{k}$, что приводит к принципиально такой же картине, но со следующими количественными отличиями: для R_R быстрая и медленная фазы меняются местами; $R_T(0) = k$, и линейно убывает до результирующего значения в период первой фазы; отставание времени наблюдаемого объекта инвертируется в опережение. Результирующее расстояние принимает такое же значение. Эти эффекты иллюстрируются на рисунке 2.

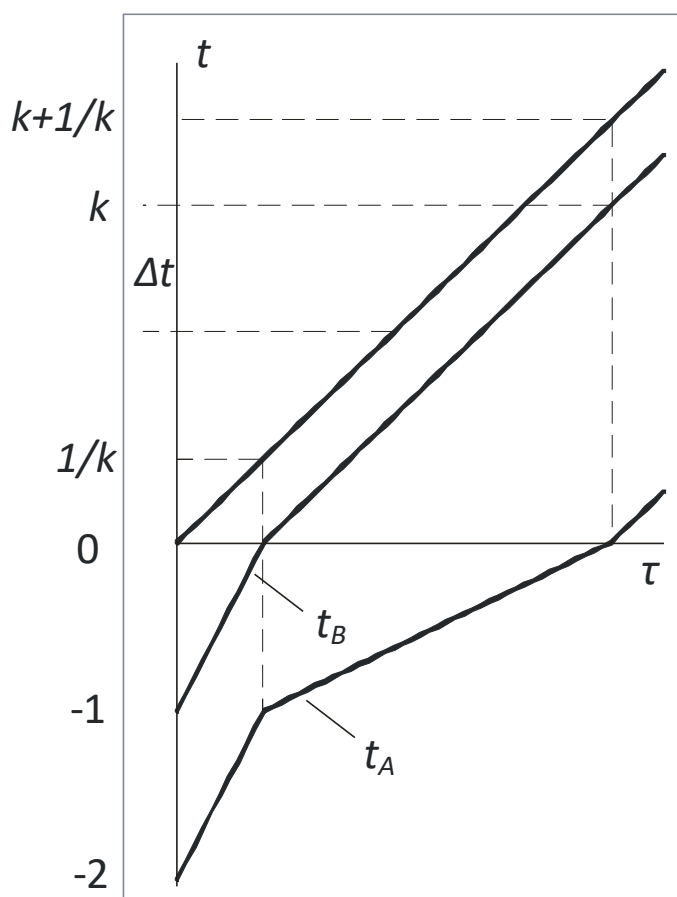


Рисунок 2. Зависимости t_A, t_B наблюдаемые на догоняющем объекте.

Итак, по окончании переходного процесса и после искусственной подгонки показаний часов, единственным эффектом является релятивистское растяжение расстояния.

Задача о продольном равномерном ускорении «квасисвязанных» объектов. Объекты начинают равномерное прямолинейное ускорение в одну сторону в продольном направлении, некоторое произвольное время продолжают ускорение, и затем прекращают ускорение. Под «квасисвязанностью объектов» будут подразумеваться такие априори задаваемые кинематические условия, при которых после прекращения ускорения объектов, они становятся неподвижными друг относительно друга, и наблюдаемое расстояние между ними оказывается равным первоначальному расстоянию. Поскольку, единственной вариативной характеристикой движения является модуль ускорения, для удовлетворения условия сохранения расстояния необходимо, чтобы догоняющий объект ускорялся быстрее убегающего. Количественно это выражается известным соотношением (в принятых обозначениях, в безразмерном виде) [3]:

$$\frac{1}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_2} = 1 \tag{30}$$

, где здесь и далее индексы 1,2 будут относиться к убегающему и догоняющему объектам соответственно. Вторым необходимым условием является одновременность событий, как старта, так и прекращения ускорений. Для события старта одновременность не вызывает вопросов, и обеспечивается правилом синхронизации событий по Эйнштейну. Одновременность прекращения ускорения не столь очевидна, однако должна обеспечиваться таким же правилом, что будет показано ниже. Введем вспомогательный инерциальный объект С, и будем искать зависимости $k_{CA}(t_A(\tau)); k_{CB}(t_B(\tau)); k_{CA}(\tau)$. Замечая, что коэффициент k из (25) может быть представлен: $k(\theta) = e^\theta, \theta: th(\theta) = \beta$, и дифференцируя его по времени, получим:

$$\frac{dk}{d\tau}(\tau) = \pm \dot{\beta} \cdot k(\tau) \tag{31}$$

, где знак при $\dot{\beta}$ должен учитывать направленность ускорения: плюс при направленном в сторону наблюдаемого объекта ускорении, и наоборот. Сначала будем решать задачу для наблюдателя – убегающего объекта. По условию задачи, в соответствии с (31):

$$\frac{dk_{CA}(\tau)}{d\tau} = -\dot{\beta}_1 \cdot k_{CA}(\tau) \tag{32}$$

$$\frac{dk_{CB}(t_B)}{dt_B} = \dot{\beta}_2 \cdot k_{CB}(t_B) \tag{33}$$

$$\frac{dk_{CA2}(t_A)}{dt_A} = -\dot{\beta}_1 \cdot k_{CA2}(t_A) \tag{34}$$

В формуле (34) введено новое обозначение коэффициента $k_{CA} \rightarrow k_{CA2}$, чтобы не путать его с величиной из (32). Существенным для последующих расчетов является наличие нескольких фаз процесса. Коэффициенты $\dot{\beta}$, входящие в (32-34) принимают ненулевые значения в соответствующие промежутки времени: $[0; \tau_{III}]$, $[\tau_I; \tau_{IV}]$, $[\tau_{II}; \tau_V]$, при этом: $\tau_{II} > \tau_I > 0$; $\tau_V > \tau_{IV} > \tau_{III}$, что обуславливается задержкой наблюдаемого сигнала. Условие $\tau_{III} \geq \tau_{II}$ будет принято в качестве упрощающего условия задачи «продолжительного» ускорения, хотя оно не является обязательным. Наличие фаз будет задавать интервалы времени, внутри которых решения уравнений являются гладкими функциями. Уравнения (33,34) можно привести к уравнениям относительно аргумента собственного времени наблюдателя. Для этого следует использовать замену производной составного аргумента $\frac{df}{d\tau} = \frac{df}{dt_X} \cdot \frac{dt_X}{d\tau}$ с учетом (1, 22, 23):

$$\frac{dk_{CB}(\tau)}{d\tau} = \dot{\beta}_2 \cdot k_{CA}(\tau) \cdot k_{CB}^2(\tau) \tag{35}$$

$$\frac{dk_{CA2}(\tau)}{d\tau} = -\dot{\beta}_1 \cdot k_{CA}(\tau) \cdot k_{CB}^2(\tau) \cdot k_{CA2}^2(\tau) \tag{36}$$

Расчет будет состоять из двух итераций, соответствующих процессу старта и прекращения ускорения, и включающих в себя несколько однотипных шагов. Перечислим шаги: решение для k_{CA} из уравнения (32) (для $\tau < \tau_{III}$ или $\tau \geq \tau_{III}$); формирование уравнения (35) с подстановкой в него решения (32); решение (35) для k_{CB} ; компоновка коэффициентов k_{CA}, k_{CB} в (23), получение k_B ; интегрирование k_B в t_B ; вычисление τ_I (или τ_{IV}); формирование уравнения (36) с подстановкой решений из (32, 35); решение (36) для k_{CA2} ; компоновка коэффициентов k_{CA}, k_{CB}, k_{CA2} в (22), получение k_A ; интегрирование k_A в t_A ; вычисление τ_{II} (или τ_V). Поехали.

Решение (32) для начального условия $k_{CA}(0) = 1$:

$$k_{CA}(\tau) = e^{-\dot{\beta}_1 \tau}, \tau: [0; \tau_{III}] \tag{37}$$

Решение (35) на интервале $[0; \tau_I]$ тривиально: $k_{CB}(\tau) = 1$.

Компоновка (32, 35) в (23):

$$k_B(\tau) = e^{-\dot{\beta}_1 \tau}, \tau: [0; \tau_I] \tag{38}$$

Интегрирование $k_B(\tau)$ с начальными условиями $t_B(0) = -1$:

$$t_B(\tau) = -\frac{1}{\dot{\beta}_1} e^{-\dot{\beta}_1 \tau} + \frac{1}{\dot{\beta}_1} - 1, \tau: [0; \tau_I] \tag{39}$$

Вычисление τ_I . Условием является $t_B(\tau_I) = 0$, что соответствует одновременности старта ускорений в точках А и В:

$$e^{-\dot{\beta}_1 \tau_I} = 1 - \dot{\beta}_1 \tag{40}$$

Уравнение (35) на интервале: $[\tau_I; \tau_{III}]$ с подстановкой из (37):

$$\frac{dk_{CB}(\tau)}{d\tau} = \dot{\beta}_2 \cdot e^{-\dot{\beta}_1 \tau} \cdot k_{CB}^2(\tau), \tau: [\tau_I; \tau_{III}] \tag{41}$$

Решение (41) с учетом (40) и начального условия $k_{CB}(\tau_I) = 1$:

$$k_{CB}(\tau) = \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2 e^{-\dot{\beta}_1 \tau} + C_1}; C_1 = \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2} - 1 + \dot{\beta}_1, \tau: [\tau_I; \tau_{III}] \tag{42}$$

Решение (36) на интервале $[0; \tau_I]$ тривиально: $k_{CA}(\tau) = 1$.

Компоновка (37), условия $k_{CB}(\tau) = 1$ в (22) на интервале $[0; \tau_I]$:

$$k_A(\tau) = e^{-\dot{\beta}_1 \tau}, \tau: [0; \tau_I] \quad (43)$$

Интегрирование (43) с начальными условиями $t_A(0) = -2$:

$$t_A(\tau) = -\frac{1}{\dot{\beta}_1} e^{-\dot{\beta}_1 \tau} + \frac{1}{\dot{\beta}_1} - 2, \tau: [0; \tau_I] \quad (44)$$

Компоновка (37, 42) в (22) на интервале $[\tau_I; \tau_{II}]$:

$$k_A(\tau) = \frac{(\dot{\beta}_1)^2 \cdot e^{-\dot{\beta}_1 \tau}}{(e^{-\dot{\beta}_1 \tau} + C_1)^2}, \tau: [\tau_I; \tau_{II}] \quad (45)$$

Интегрирование (45) с начальными условиями $t_A(\tau_I) = -1$:

$$t_A(\tau) = \frac{\frac{\dot{\beta}_1}{(\dot{\beta}_2)^2}}{e^{-\dot{\beta}_1 \tau} + C_1} - 1 - \frac{1}{\dot{\beta}_2} \quad (46)$$

Вычисление τ_{II} . Условием является $t_A(\tau_{II}) = 0$, что соответствует приему своего сигнала старта:

$$e^{-\dot{\beta}_1 \tau_{II}} = 1 - \dot{\beta}_1 + \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2} \cdot \frac{1}{(1 + \dot{\beta}_2)} - \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2} \quad (47)$$

Уравнение (36) с подстановкой из (37, 42):

$$\frac{dk_{CA2}}{d\tau}(\tau) = -\dot{\beta}_1 \cdot \left(\frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2}\right)^2 \cdot \frac{e^{-\dot{\beta}_1 \tau}}{(e^{-\dot{\beta}_1 \tau} + C_1)^2} \cdot k_{CA2}^2(\tau), \tau: [\tau_{II}; \tau_{III}] \quad (48)$$

Решение (48) с учетом (47) и начального условия $k_{CA2}(\tau_{II}) = 1$:

$$k_{CA2}(\tau) = \frac{(\dot{\beta}_1)^2}{\frac{1}{e^{-\dot{\beta}_1 \tau} + C_2} + C_2}, C_2 = \frac{\dot{\beta}_2}{\dot{\beta}_1} \cdot \left(\frac{\dot{\beta}_2}{\dot{\beta}_1} - 1 - \dot{\beta}_2\right), \tau: [\tau_{II}; \tau_{III}] \quad (49)$$

Соотношения (37, 42, 49) дают искомые зависимости промежуточных коэффициентов k_{CA}, k_{CB}, k_{CA2} , которые при подстановке в (22, 23) позволяют вычислять $k_B(\tau), k_A(\tau)$ в общем виде (то есть при произвольных величинах $\dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2$). Далее принимаем, что соотношение (30) выполняется в соответствии с исходной постановкой задачи «квазисвязанности». Заметим, что его можно представить в эквивалентном виде:

$$\frac{\dot{\beta}_2}{\dot{\beta}_1} = 1 + \dot{\beta}_2 = \frac{1}{1 - \dot{\beta}_1}$$

Тогда зависимости $k_B(\tau), k_A(\tau)$ значительно упрощаются, так как используемые в (42, 49) константы $C_1 = C_2 = 0$. Компоновка (37) и упрощенного выражения (42) в (23):

$$k_B(\tau) = e^{-\dot{\beta}_1 \tau}, \tau: [0; \tau_I] \quad (50)$$

$$k_B(\tau) = \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2}, \tau: [\tau_I; \tau_{III}] \quad (51)$$

Компоновка (37) и упрощенных выражений (42, 49) в (22):

$$k_A(\tau) = e^{-\dot{\beta}_1 \tau}, \tau: [0; \tau_I] \quad (52)$$

$$k_A(\tau) = \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2} e^{\dot{\beta}_1 \tau}, \tau: [\tau_I; \tau_{II}] \quad (53)$$

$$k_A(\tau) = 1, \tau: [\tau_{II}; \tau_{III}] \quad (54)$$

Согласно (8, 54) интервал времени $[\tau_{II}; \tau_{III}]$ будет характеризоваться стационарным радиолокационным расстоянием, с учетом (47) равным:

$$R_R^* = \frac{\tau_{III}}{2} = \frac{1}{\dot{\beta}_1} \ln\left(\frac{\dot{\beta}_2}{\dot{\beta}_1}\right) \quad (55)$$

Согласно (1, 51), на этом интервале будет наблюдаться систематически равномерное отставание времени удаленного объекта. Пусть в некоторый момент времени τ_{III} объект А прекращает ускорение - продолжаем вычисления. Решение (32) становится тривиальным:

$$k_{CA}(\tau) = e^{-\dot{\beta}_1 \tau_{III}} = C_3, \tau \geq \tau_{III} \quad (56)$$

Уравнение (35) с подстановкой (56):

$$\frac{dk_{CB}(\tau)}{d\tau} = \dot{\beta}_2 \cdot C_3 \cdot k_{CB}^2(\tau), \tau: [\tau_{III}; \tau_{IV}] \quad (57)$$

Решение (57) с учетом начального условия $k_{CB}(\tau_{III})$ из (42):

$$k_{CB}(\tau) = \frac{\frac{1}{C_3} \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2}}{1 - \dot{\beta}_1 \cdot (\tau - \tau_{III})}, \tau: [\tau_{III}; \tau_{IV}] \quad (58)$$

Компоновка (56, 58) в (23):

$$k_B(\tau) = \frac{\frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2}}{1 - \dot{\beta}_1 \cdot (\tau - \tau_{III})}, \tau: [\tau_{III}; \tau_{IV}] \quad (59)$$

Интегрирование (59):

$$t_B(\tau) = \frac{1}{\dot{\beta}_2} \cdot \ln\left(\frac{1}{1 - \dot{\beta}_1 \cdot (\tau - \tau_{III})}\right) + C, \tau: [\tau_{III}; \tau_{IV}] \quad (60)$$

Вычисление τ_{IV} . В этот момент наблюдатель получает сигнал прекращения ускорения на удаленном объекте. Если продолжать пользоваться правилом синхронизации одновременных событий по Эйнштейну, то получим следующее. Моментом синхронизации выбирается событие прекращения ускорения τ_{III} . Согласно правилу, для синхронизирующего сигнала одновременное событие соответствует приему синхросигнала на удаленном объекте и середине интервала между посылкой и приемом собственного синхросигнала. Сигнал будет получен с задержкой R_R^* из (55), и по часам удаленного объекта эта задержка будет пропорционально меньше с учетом (51):

$$\Delta t_B = t_B(\tau_{IV}) - t_B(\tau_{III}) = \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2} \cdot (\tau_{IV} - \tau_{III}) = \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2} \cdot R_R^* = \frac{1}{\dot{\beta}_2} \ln\left(\frac{\dot{\beta}_2}{\dot{\beta}_1}\right) \quad (61)$$

, решение этого уравнения относительно τ_{IV} , с учетом (60):

$$\frac{1}{\dot{\beta}_2} \ln\left(\frac{\dot{\beta}_2}{\dot{\beta}_1}\right) = \frac{1}{\dot{\beta}_2} \cdot \ln\left(\frac{1}{1 - \dot{\beta}_1 \cdot (\tau_{IV} - \tau_{III})}\right) \rightarrow \tau_{IV} - \tau_{III} = 1 \quad (62)$$

Уравнение (36) с подстановкой (56, 58):

$$\frac{dk_{CA2}(\tau)}{d\tau} = -\dot{\beta}_1 \cdot \frac{\frac{1}{C_3} \frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2}}{(1 - \dot{\beta}_1 \cdot (\tau - \tau_{III}))^2} \cdot k_{CA2}^2(\tau), \tau: [\tau_{III}; \tau_{IV}] \quad (63)$$

Решение (63) с учетом начальных условий $k_{CB}(\tau_{III}), k_{CA2}(\tau_{III})$ из (42, 49):

$$k_{CA2}(\tau) = C_3 \cdot \left(\frac{\dot{\beta}_1}{\dot{\beta}_2}\right)^2 (1 - \dot{\beta}_1 \cdot (\tau - \tau_{III})), \tau: [\tau_{III}; \tau_{IV}] \quad (64)$$

Компоновка (56, 58, 64) в (22):

$$k_A(\tau) = \frac{1}{1 - \dot{\beta}_1 \cdot (\tau - \tau_{III})}, \tau: [\tau_{III}; \tau_{IV}] \quad (65)$$

На интервале $\tau \geq \tau_{IV}$ решение (35) становится тривиальным:

$$k_{CB} = \frac{1}{C_3}, \tau \geq \tau_{IV} \quad (66)$$

Компоновка (56, 66) в (23):

$$k_B(\tau) = 1, \tau \geq \tau_{IV} \quad (67)$$

Уравнение (36) с подстановкой (56, 66):

$$\frac{dk_{CA2}(\tau)}{d\tau} = -\frac{\dot{\beta}_1}{C_3} \cdot k_{CA2}^2(\tau), \tau: [\tau_{IV}; \tau_V] \quad (68)$$

Решение (68) с учетом начальных условий $k_{CA2}(\tau_{IV})$ из (64):

$$k_{CA2}(\tau) = \frac{C_3 \cdot \frac{\dot{\beta}_2}{\dot{\beta}_1}}{1 + \dot{\beta}_2 \cdot (\tau - \tau_{IV})}, \tau: [\tau_{IV}; \tau_V] \quad (69)$$

Компоновка (56, 66, 69) в (22):

$$k_A(\tau) = \frac{\frac{\dot{\beta}_2}{\dot{\beta}_1}}{1 + \dot{\beta}_2 \cdot (\tau - \tau_{IV})}, \tau: [\tau_{IV}; \tau_V] \quad (70)$$

Вычисление τ_V . Интегрирование (65) на интервале $[\tau_{III}; \tau_{IV}]$ с учетом начального условия $t_A(\tau_{III}) = \tau_{III} - 2R_R^*$, соответствующего задержке (55) приема собственного сигнала:

$$t_A(\tau) = \tau_{III} + \frac{1}{\dot{\beta}_1} \cdot \ln\left(\frac{1}{1 - \dot{\beta}_1 \cdot (\tau - \tau_{III})}\right) - \frac{2}{\dot{\beta}_1} \ln\left(\frac{\dot{\beta}_2}{\dot{\beta}_1}\right), [\tau_{III}; \tau_{IV}]$$

$$t_A(\tau_{IV}) - \tau_{III} = -\frac{1}{\beta_1} \ln\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right) \quad (71)$$

Интегрирование (70) на интервале $[\tau_{IV}; \tau_V]$ при начальном условии (71), и конечном условии $t_A(\tau_V) - \tau_{III} = 0$:

$$\frac{1}{\beta_1} \ln\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right) = \frac{1}{\beta_1} \cdot \ln(1 + \beta_2 \cdot (\tau - \tau_{IV})) \rightarrow \tau_V - \tau_{IV} = 1 \quad (72)$$

На интервале $\tau \geq \tau_V$ (36) имеет тривиальное решение:

$$k_{CA2}(\tau) = e^{-\beta_1 \tau_{III}} = C_3, \tau \geq \tau_{IV} \quad (73)$$

Компоновка коэффициентов (56, 66, 73) в (22):

$$k_A(\tau) = 1, \tau \geq \tau_V \quad (74)$$

Соотношения (62, 72, 74) показывают, что радиолокационное расстояние снова становится стационарным, равным первоначальному расстоянию: $R_R = \frac{\tau_V - \tau_{III}}{2} = 1 = const$.

Вычислим треугольное расстояние $R_T(\tau)$. Перепишем соотношение (19) с величиной $\cos \gamma = -1$ для убегающего наблюдателя, учетом (10), и при условии отсутствия углового перемещения $\frac{d\alpha}{d\tau} = 0$:

$$\frac{dR_T(\tau)}{d\tau} = \frac{1 - k_B^2(\tau)}{2} - \dot{\beta}_1 \cdot R_T(\tau) \quad (75)$$

В уравнение (75) входит коэффициент $k_B(\tau)$, значение которого в период времени $\tau: [0; \tau_I]$ соответствует (37). Решение уравнения для начального условия $R_T(0) = 1$:

$$R_T(\tau) = \frac{1 + e^{-2\dot{\beta}_1 \tau}}{2\dot{\beta}_1} + \left(1 - \frac{1}{\dot{\beta}_1}\right) \cdot e^{-\dot{\beta}_1 \tau}, \tau: [0; \tau_I] \quad (76)$$

Подставляя в (75) с учетом (76) время τ_I из (40) получим $\frac{dR_T(\tau_I)}{d\tau} = 0$. В период $[\tau_I; \tau_{III}]$ коэффициент $k_B(\tau)$ соответствует (51), и подставляя его в (75), также получаем $\frac{dR_T(\tau)}{d\tau} = 0$, что приводит к стационарному треугольному расстоянию, равному:

$$R_T^* = 1 - \frac{\dot{\beta}_1}{2}, \tau: [\tau_I; \tau_{III}] \quad (77)$$

Далее, начиная с момента τ_{III} собственное ускорение становится равным нулю, и (75) с учетом $k_B(\tau)$ из (59) разворачивается:

$$\frac{dR_T(\tau)}{d\tau} = \frac{1 - \left(\frac{\dot{\beta}_1}{\beta_2} \cdot \frac{1}{1 - \dot{\beta}_1(\tau - \tau_{III})}\right)^2}{2}, \tau: [\tau_{III}; \tau_{IV}] \quad (78)$$

Решение (78) с начальным условием (77):

$$R_T(\tau) = \frac{\tau - \tau_{III}}{2} - \frac{\dot{\beta}_1}{2\beta_2^2} \cdot \frac{1}{1 - \dot{\beta}_1(\tau - \tau_{III})} + 1 - \frac{\dot{\beta}_1}{2} + \frac{\dot{\beta}_1}{2\beta_2^2}, \tau: [\tau_{III}; \tau_{IV}] \quad (79)$$

, что дает $R_T(\tau_{IV}) = 1 = const$, и с учетом (67) получим:

$$\frac{dR_T(\tau)}{d\tau} = \frac{1 - k_B^2}{2} = 0, \tau \geq \tau_{IV} \quad (80)$$

Таким образом, треугольное расстояние также становится стационарным, равным первоначальному расстоянию. Вычислим результирующее отставание времени удаленного объекта. Производя алгебраические сокращения с учетом (39, 40, 56, 61, 62), а также учитывая (25):

$$\Delta t = \tau_{IV} - (t_B(\tau_{IV}) - t_B(0)) = \beta_1 \cdot \tau_{III} = \ln\left(\frac{\sqrt{1+\beta}}{\sqrt{1-\beta}}\right) \quad (81)$$

Заметим, что отставание времени между объектами определяется исключительно значением результирующей скорости относительно исходной системы отсчета, и не зависит от величины собственного ускорения. Проиллюстрируем результаты.

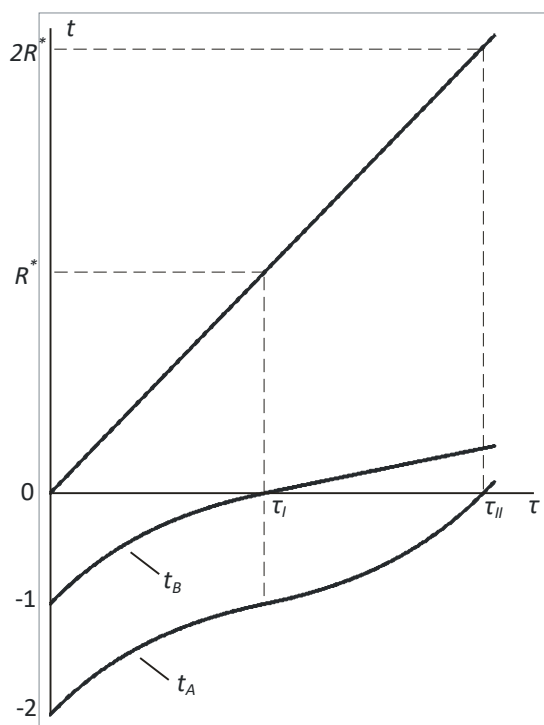


Рисунок 3. Зависимости t_B, t_A , старт ускорения, наблюдатель – убегающий.

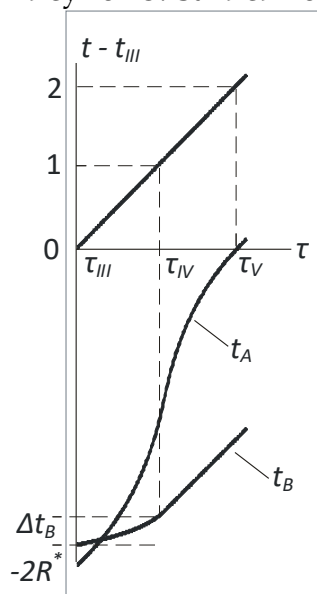


Рисунок 4. Зависимости t_B, t_A , прекращение ускорения, наблюдатель – убегающий.

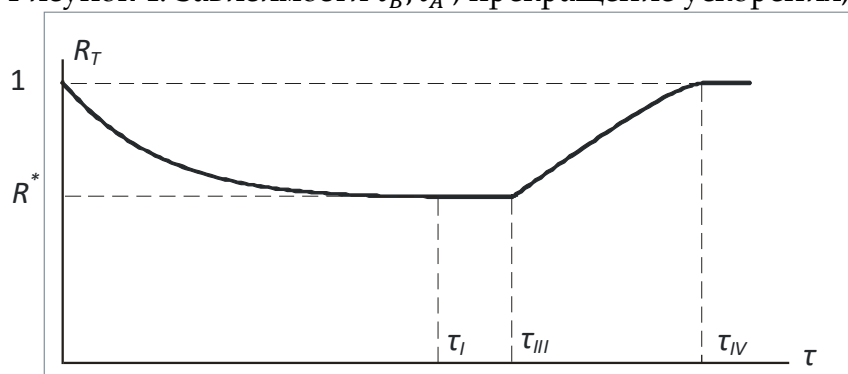


Рисунок 5. Зависимость R_T , наблюдатель – убегающий.

Соотношения для догоняющего наблюдателя вычисляются точно также, для этого во всех формулах следует взаимно заменить $\hat{\beta}_1 \rightarrow -\hat{\beta}_2$. Представляющие особый интерес величины:

$$R_R^{*'} = \frac{1}{\beta_2} \ln \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \right) \quad (82)$$

$$R_T^{*'} = 1 + \frac{\beta_2}{2} \quad (83)$$

$$\Delta t = \tau_{IV} - (t_B(\tau_{IV}) - t_B(0)) = -\beta_2 \cdot \tau'_{III} = \ln \left(\frac{\sqrt{1-\beta}}{\sqrt{1+\beta}} \right) \quad (84)$$

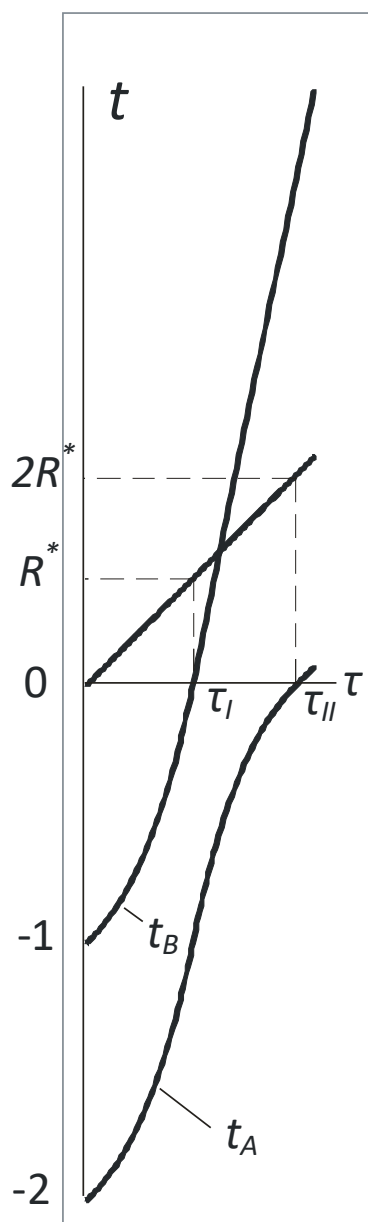


Рисунок 6. Зависимости t_B, t_A , старт ускорения, наблюдатель – догоняющий.

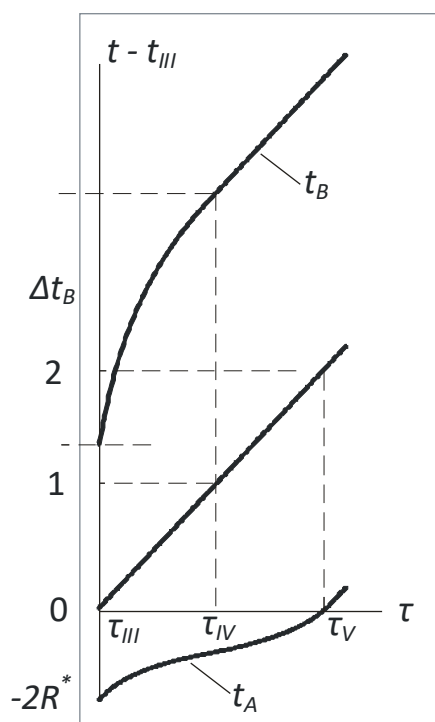


Рисунок 7. Зависимости t_B, t_A , прекращение ускорения, наблюдатель – догоняющий.

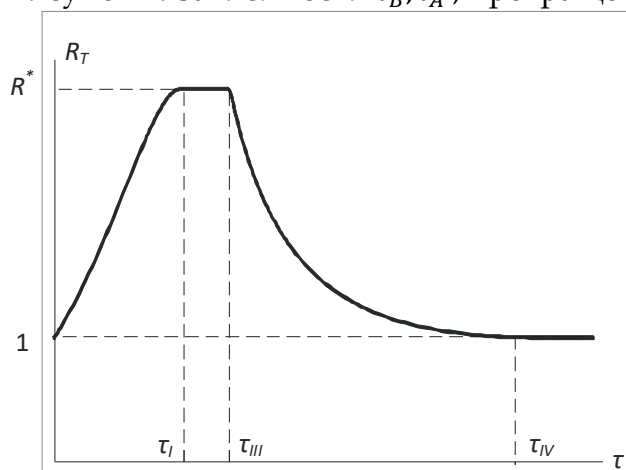


Рисунок 8. Зависимость R_T , наблюдатель – догоняющий.

Сравнение (81) и (84) показывает согласованность величин между отставанием и опережением собственных времен: на убегающем объекте время идет «быстрее». Для устранения этой разницы требуется искусственная синхронизация показаний часов между объектами. Сопоставление (55, 83) и (77, 84) на «стационарном» интервале ускорения дает:

$$\frac{R_R^*}{R_R^{*'}} = \frac{R_T^{*'}}{R_T^*} = \frac{\beta_2}{\beta_1};$$

$$R_R^{*'} < 1 < R_R^*; R_T^* < 1 < R_T^{*'}$$

Радиолокационное расстояние для убегающего объекта больше, чем для догоняющего, а треугольное, напротив, меньше. Этим неравенствам можно дать физическую интерпретацию. Для радиолокационного расстояния существенным является «темп хода собственного времени», и для убегающего наблюдателя он больше, чем для догоняющего. Для треугольного расстояния существенным является то, что испущенный световой сигнал достигает наблюдателя, когда его скорость успевает измениться. Для убегающего, она увеличивается так, что угол световой абберации «раскрывается», для догоняющего – наоборот «закрывается», что соответствует оптическому приближению и удалению соответственно. В отношении свойства одновременности, вычисляемой по правилу Эйнштейна, можно добавить следующее. Во-

первых, одновременность является взаимной. Во-вторых, для третьего объекта, располагающегося с учетом (30), одновременность является транзитивной. В-третьих, в каждый момент одновременности, скорость для любых объектов (30), в любой инерциальной системе, одинакова.

Двумерные задачи. Задача о движении по окружности одного объекта вокруг другого. Два объекта, первоначально, сближаются со скоростью β , по траекториям с минимальным расстоянием разлета R_0 . В момент сближения R_0 объект А начинает двигаться с той же скоростью по окружности радиусом R_0 вокруг объекта В. Через некоторое (произвольно задаваемое) время объект А прекращает движение по окружности и продолжает инерциальное движение. Найти величины $R(\tau)$, $t_B(\tau)$, $t_A(\tau)$, $\alpha_n(\tau)$.

В задачах движения по окружности будут использоваться безразмерные переменные:

$$\frac{t}{R_0} \rightarrow t; \frac{R}{R_0} \rightarrow R; \dot{\beta} \cdot R_0 \rightarrow \dot{\beta}; \frac{d\varphi}{dt} \cdot R_0 \rightarrow \frac{d\varphi}{dt}; R_0 \rightarrow 1$$

Начнем с того, что разобьем интервал решения на три фазы. Началом интервала выберем момент старта движения по окружности. Время τ_I будет соответствовать времени приема собственного сигнала момента старта. Время τ_{II} будет соответствовать моменту прекращения движения по окружности. Примем упрощающее условие $\tau_I \leq \tau_{II}$, которое не является обязательным. Конец интервала τ_{III} будет соответствовать событию приема собственного сигнала, посланного в момент τ_{II} . Определим начальные условия. Принимаем, что $\alpha_v(0) = \pi$, что задает базис системы отсчета А. Угол α вычисляется из (5), и с учетом $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$, $\cos \alpha(0) = \beta$; $\cos \alpha_n(0) = \beta - \pi$; . Триангулярное (безразмерное) расстояние вычисляется геометрически: $R_T(0) = \frac{1}{|\sin \alpha_n(0)|} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, тождественно совпадает с радиолокационным, что дает $t_A(0) = -\frac{2}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Величина собственного (безразмерного) центростремительного ускорения: $\dot{\beta} = \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = const$. Угол $\gamma = \alpha_n - \alpha_w - \pi$, где $\alpha_w = \alpha_0 = \frac{\pi}{2}$, что соответствует «реальному» (то есть, без абберрационной коррекции) направлению центростремительного ускорения. Из этого следует: $\cos \gamma(0) = \sqrt{1-\beta^2}$; $\sin \gamma(0) = -\beta$. Перепишем уравнения (19, 20) для начального момента времени:

$$\frac{dR_T(0)}{d\tau} = -\frac{\beta^2}{1-\beta^2} + \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = 0 \quad (85)$$

$$\frac{d\alpha_n(0)}{d\tau} = \beta + \frac{\beta^3}{1-\beta^2} = \frac{\beta}{1-\beta^2} \quad (86)$$

Изменение вектора относительной скорости обеспечивается за счет радиального ускорения, поэтому:

$$\frac{d\alpha_v(0)}{d\tau} = \frac{\dot{\beta}}{\beta} = \frac{\beta}{1-\beta^2} \quad (87)$$

Условия (86, 87) дают $\alpha = const$, и с учетом (85) это соответствует чистому повороту, из чего следует $\gamma = const$. Поэтому соотношения (85, 86) остаются такими же и в дальнейшем, вплоть до момента τ_{II} . Соотношение (86) показывает, что скорость наблюдаемого поворота объекта В (центра окружности) не совпадает с угловой скоростью перемещения по окружности объекта А, которая должна быть: $\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Этот эффект соответствует так называемой прецессии Томаса [3,4].

Проанализируем время. Используя (3):

$$t_B(\tau) = C + \tau \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tau: [0, \tau_{II}] \quad (88)$$

Вид зависимости $t_A(\tau)$ существенным образом зависит от фазы. На интервале $[0, \tau_I]$ $t_A(\tau)$ будем искать в параметрическом виде. Переместим анализ в систему объекта В (то есть, временно поменяем их ролями), а параметром выберем угол $\alpha' = \alpha'_n - \alpha'_v$. В этот период, с

точки зрения объекта В объект А движется инерциально, поэтому можно использовать (7), и с учетом $R = \frac{1}{|\sin \alpha'|}$ и $\alpha'_v = const$:

$$\frac{d\alpha'}{dt_B} = \frac{d\alpha'_n}{dt_B} = \frac{\beta \sin^2 \alpha'}{1 - \beta \cos \alpha'} \quad (89)$$

Дифференцируя (89) по параметру τ с учетом (88):

$$\frac{d\alpha'}{d\tau} = \frac{d\alpha'}{dt_B} \cdot \frac{dt_B}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \frac{\beta \sin^2 \alpha'}{1 - \beta \cos \alpha'} \quad (90)$$

Дифференцируя (89) по параметру t_A с учетом (3):

$$\frac{d\alpha'}{dt_A} = \frac{d\alpha'}{dt_B} \cdot \frac{dt_B}{dt_A} = \frac{\beta \sin^2 \alpha'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (91)$$

Начальное значение угла α' определяется из следующих соображений, которые будут проводиться в системе отсчета объекта А. Нас интересует принимаемый собственный сигнал, который сопровождается дополнительной информацией об угле α' , формируемой объектом В. В начальный момент этот сигнал принимается от объекта В, который визуально расположен под углом $\alpha(0)$ в системе отсчета А, и под этим же углом (прилежащем при параллельных прямых) объект А наблюдается из неподвижной точки, совмещенной с объектом В. Но, поскольку объект В движется, следует применить условие аберрации (5) к углу $\alpha(0)$:

$$\cos \alpha'(0) = \frac{\cos \alpha + \beta}{1 + \beta \cos \alpha} = \frac{2\beta}{1 + \beta^2}, 0 < \alpha'(0) < \frac{\pi}{2} \quad (92)$$

Конечное значение $\alpha'(\tau_I)$ определяется условием начала наблюдаемого (из В для А) движения по кругу, что соответствует $\alpha'(\tau_I) = \frac{\pi}{2}$. Решение (90, 91) с учетом начальных условий:

$$\tau(\alpha') = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \cdot \left(-\text{ctg} \alpha' + \frac{\beta}{\sin \alpha'} + \beta \right) \quad (93)$$

$$t_A(\alpha') = -\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \cdot \text{ctg} \alpha' \quad (94)$$

Вычисление (93) для значения $\alpha'(\tau_I)$ дает:

$$\tau_I = 2\sqrt{1-\beta^2}$$

Подставляя (93, 94) в (8):

$$R_R(\tau_I) = \sqrt{1-\beta^2} \quad (95)$$

В момент τ_I начинается фаза «стационарного» движения по окружности, характеризующаяся постоянным значением R_R , поскольку с учетом (3, 12, 88) входящий в (11) коэффициент $k_A = 1$. Величины $R_R = \sqrt{1-\beta^2}$ и $R_T = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ на интервале $[\tau_I, \tau_{II}]$ не совпадают. В момент τ_{II} объект А прекращает движение по окружности. Для получения зависимости $t_A(\tau)$ на интервале $[\tau_{II}, \tau_{III}]$ можно повторить рассуждения, но уже с использованием параметра α в системе отсчета объекта А:

$$\tau(\alpha) - \tau_{II} = \frac{1}{\beta} \left(-\text{ctg} \alpha + \frac{\beta}{\sin \alpha} \right) \quad (96)$$

$$t_A(\alpha) - \tau_{II} = \frac{1-\beta^2}{\beta} \left(-\text{ctg} \alpha - \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) \quad (97)$$

Значение τ_{III} определяется из условия $t_A(\tau_{III}) = \tau_{II}$, что дает $\cos \alpha = -\beta$. Подстановка этого значения в (96, 97) с учетом (8):

$$\tau_{III} - \tau_{II} = \frac{2}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow R_R(\tau_{III}) = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (98)$$

Зависимость $R_T(\tau)$ на интервале $[\tau_{II}, \tau_{III}]$ также можно определить в параметрическом виде, с учетом $R_T(\alpha) = \frac{1}{|\sin \alpha|}$. Из этого следует $R_T(\tau_{III}) = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Начиная с момента τ_{III} величины R_T и R_R станут совпадать.

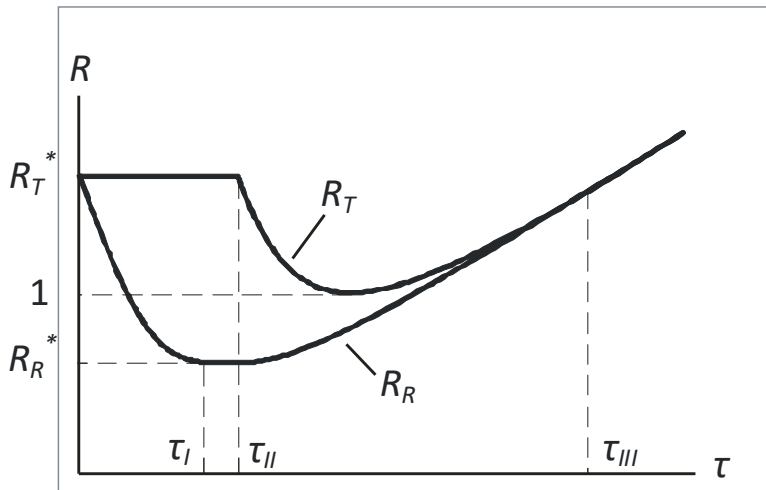


Рисунок 9. Зависимости расстояний до центра при движении объекта А по окружности.

Задача движения по окружности двух диаметрально противоположных объектов. Два объекта, первоначально, сближаются по параллельным траекториям с минимальным расстоянием разлета $2R_0$. За центр принимается середина отрезка, соединяющего минимальное расстояние. Модуль скорости объектов относительно центра равен β_0 . При пролете точек минимального расстояния объекты начинают двигаться с той же скоростью по окружности радиусом R_0 вокруг центра. Через некоторое время объекты прекращают движение по окружности, и продолжают прямолинейное движение. Найти величины $R(\tau), t_B(\tau), t_A(\tau), \alpha_n(\tau)$. Задачу будем решать численным способом. Разобьем процесс движения на пять фаз, аналогично фазам во второй задаче: $\tau_0 = 0$ - начало движения по окружности объекта А; τ_I - начало наблюдения движения по окружности объекта В; τ_{II} - получение собственного сигнала начала; τ_{III} - начало прямолинейного движения объекта А ($\tau_{III} \geq \tau_{II}$); τ_{IV} - начало наблюдения прямолинейного движения объекта В; τ_V - получение собственного сигнала начала прямолинейного движения. Априори задаваемыми условиями являются величины собственных ускорений: $\dot{\beta}_A = \dot{\beta}, \tau: [0, \tau_{III}]$; $\dot{\beta}_A = 0, \tau > \tau_{III}$; $\dot{\beta}_B = \dot{\beta}, \tau: [\tau_I, \tau_{III}]$; $\dot{\beta}_B = 0, \tau: [0, \tau_I], \tau > \tau_{IV}$, где величина собственного ускорения относительно центра: $\dot{\beta} = \frac{\beta_0^2}{1-\beta_0^2} = const$. Для получения решения запишем замкнутую систему дифференциальных уравнений относительно наблюдаемых характеристик движения (углы будут присутствовать в «чистом» виде):

$$\frac{dR_T}{d\tau} = -\frac{\beta \cos(\alpha_n - \alpha_v)}{1 - \beta \cos(\alpha_n - \alpha_v)} - R_T \dot{\beta}_A \cos(\alpha_n - \alpha_{w(A)}) \quad (99)$$

$$\frac{d\alpha_n}{d\tau} = \frac{1}{R_T} \frac{\beta \sin(\alpha_n - \alpha_v)}{1 - \beta \cos(\alpha_n - \alpha_v)} - \dot{\beta}_A \sin(\alpha_n - \alpha_{w(A)}) \quad (100)$$

$$\frac{d\alpha_{w(A)}}{d\tau} = \frac{\dot{\beta}_A}{\beta_0} \quad (101)$$

$$\frac{d\alpha_v}{d\tau} = \frac{d\alpha_{v(A)}}{d\tau} + \frac{d\alpha_{v(B)}}{dt_B} \cdot \frac{dt_B}{d\tau} \quad (102)$$

$$\frac{d\alpha_{v(A)}}{d\tau} = \frac{\dot{\beta}_A}{\beta} \sin(\alpha_v - \alpha_{w(A)}) \quad (103)$$

$$\frac{d\alpha_{v(B)}}{dt_B} = \sqrt{1 - \beta^2} \cdot \frac{\dot{\beta}_B}{\beta} \sin(\alpha_v - \alpha_{w(B)}) \quad (104)$$

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{d\beta_{v(A)}}{d\tau} + \frac{d\beta_{v(B)}}{dt_B} \cdot \frac{dt_B}{d\tau} \quad (105)$$

$$\frac{d\beta_{v(A)}}{d\tau} = -\dot{\beta}_A \cdot (1 - \beta^2) \cdot \cos(\alpha_v - \alpha_{w(A)}) \quad (106)$$

$$\frac{d\beta_{v(B)}}{dt_B} = \dot{\beta}_B \cdot (1 - \beta^2) \cdot \cos(\alpha_v - \alpha_{w(B)}) \quad (107)$$

$$\frac{d\alpha_{w(B)}}{d\tau} = \frac{d\alpha_{w1(B)}}{d\tau} + \frac{d\alpha_{w2(B)}}{dt_B} \cdot \frac{dt_B}{d\tau} + \frac{\dot{\beta}_B}{\beta_0} \cdot \frac{dt_B}{d\tau} \quad (108)$$

$$\frac{d\alpha_{w1(B)}}{d\tau} = \frac{d\alpha_{w(B)}}{d\alpha_{v(A)}} \cdot \frac{d\alpha_{v(A)}}{d\tau} \quad (109)$$

$$\frac{d\alpha_{w2(B)}}{dt_B} = \frac{d\alpha_{w(B)}}{d\alpha_{v(B)}} \cdot \frac{d\alpha_{v(B)}}{dt_B} \quad (110)$$

$$\frac{d\alpha_{w(B)}}{d\alpha_{v(A)}} = 1 - \sqrt{1 - \beta^2} \quad (111)$$

$$\frac{d\alpha_{w(B)}}{d\alpha_{v(B)}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (112)$$

Величина $\frac{dt_B}{d\tau}$ вычисляется согласно (3).

Начальные значения переменных: $\beta(0) = \frac{2\beta_0}{1 + \beta_0^2}$; $\alpha_n(0): \cos \alpha_n(0) = -\beta(0)$ (направление от В к А); $R_T(0) = \frac{2R_0}{|\sin \alpha_n(0)|}$; $\alpha_v(0) = \pi$; $\alpha_{w(A)}(0) = \alpha_v(0) - \frac{\pi}{2}$; $\alpha_{w(B)}(0) = \alpha_v(0) + \frac{\pi}{2}$. Прокомментируем соотношения (99-112). Коэффициент $\frac{dt_B}{d\tau}$ учитывает акт наблюдения изменяемых величин за счет собственно ускорения объекта В. Соотношения (99, 100) повторяют (19, 20) в других обозначениях (при этом меняется знак при добавочных членах). Соотношение (101) показывает скорость изменения направления собственного ускорения с учетом эффекта прецессии Томаса, взятого из предыдущей задачи (86). Изменение направления относительной скорости (102) складывается из изменения собственного направления движения (103), и наблюдаемого изменения направления объекта В (104), поправочный коэффициент в котором учитывает релятивистское правило приращения поперечной скорости. Соотношения (106, 107) учитывают релятивистское правило приращения продольной скорости. Следует отдельно оговорить сущность параметра $\alpha_{w(B)}$. В контексте соотношений (104, 107) он характеризует направление собственного ускорения объекта В, а угол его направления задается относительно базиса системы А. Этот вектор является пространственно подобным, и преобразование таких векторов подчиняется интегральному соотношению:

$$tg\theta' = \sqrt{1 - \beta^2} \cdot tg\theta$$

, и выводимому из него дифференциальному соотношению:

$$d\theta' = \frac{1 - \beta^2 \cos^2 \theta}{\sqrt{1 - \beta^2}} d\theta \quad (113)$$

, соответствующих (условно) прямому преобразованию. Поскольку вектор задает собственное направление ускорения объекта В, то его исходное «природное» направление откладывается в системе В. На первый взгляд, может показаться некорректным использование угла направления вектора, взятого в одной системе относительно базиса в другой системе, однако это кажущееся противоречие. Можно принять, за текущий «подвижный» базис, направление относительной скорости, рассчитывать изменение угла при малом повороте вектора скорости относительно этого базиса, и затем вернуться в исходный базис А. При малом повороте относительно «подвижного» базиса, входящий в (113) угол принимается равным нулю, что дает: $d\theta' = \sqrt{1 - \beta^2} d\theta$. Следует различать повороты относительной скорости, обусловленные собственными ускорениями А и В: $d\alpha_{w1(B)}$, $d\alpha_{w2(B)}$. В обоих случаях, результирующее изменение угла $\alpha_{w(B)}$ (в роли угла выступает θ' в контексте 113) будет складываться из приращения поворота «подвижного» базиса в системе А и уменьшения (относительно «подвижного» базиса) в системе В исходного угла: $+d\alpha - d\theta'$. Поворот движения объекта А следует рассматривать в сопутствующей объекту В инерциальной системе. В этом случае, угол поворота $d\alpha$ в системе А должен пересчитываться как собственный (измеренный в системе А) угол, что требует прямого преобразования (113): $d\theta' = \sqrt{1 - \beta^2} d\alpha_{v(A)}$. Поворот движения объекта В, напротив, следует рассматривать в сопутствующей системе А, а уменьшение исходного угла $-d\theta'$ осуществляется (и измеряется) в системе В, что требует обратного преобразования

(113): $d\alpha_{v(B)} = \sqrt{1 - \beta^2} d\theta'$. Эти рассуждения приводят к (111, 112). Результирующий угол поворота (108) учитывает также собственный поворот направления ускорения, задаваемого аналогично (101). Другой особенностью вектора $\alpha_{w(B)}$ является необходимость следить за его направлением, даже когда собственное ускорение объекта В еще не наблюдается. В этот период, можно искусственно принять модуль вектора бесконечно малым, и интересоваться исключительно его направлением, которое неизбежно будет изменяться в соответствии с (108, 109, 111) по причине изменения направления движения объекта А. На рисунке 10 представлен результат численного расчета траектории объекта В ($\beta_0 = 0.5$) и схематичное направление векторов, обуславливающих кинематику движения.

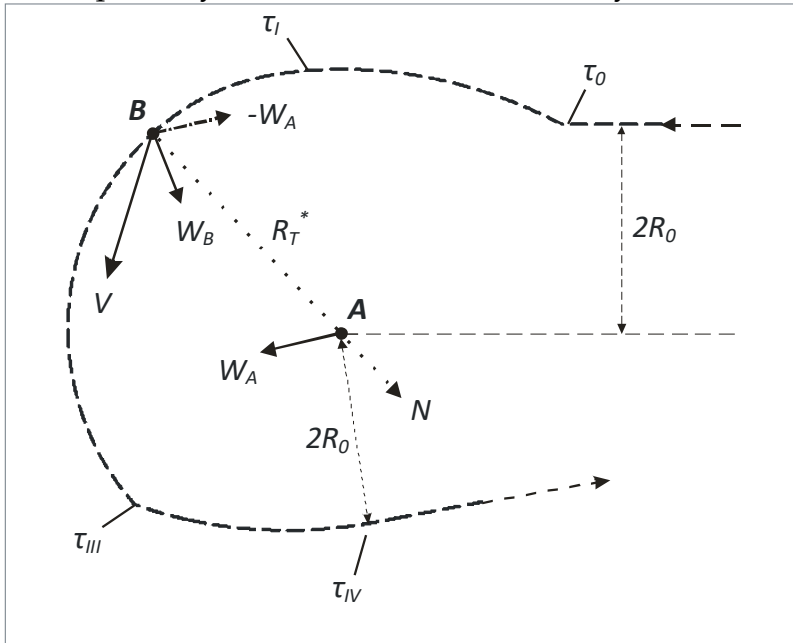


Рисунок 10. Движение по окружности диаметрально противоположного объекта.

Проанализируем траекторию. В момент старта собственного ускорения ($\tau_0 = 0$) траектория содержит излом, а кривизна становится отличной от нуля. На траектории $[0, \tau_I]$ кривизна плавно увеличивается и достигает некоторого значения ($K < \frac{1}{R_T^*}$). В точке τ_I кривизна скачкообразно принимает значение ($K^* = \frac{1}{R_T^*}$), которое остается стационарным до момента τ_{III} . В точке τ_{III} кривая содержит излом, кривизна скачкообразно уменьшается до некоторого ненулевого значения. На траектории $[\tau_{III}, \tau_{IV}]$ кривизна плавно уменьшается, не достигая нулевого значения. На траектории $\tau > \tau_{IV}$ кривизна становится нулевой. В точке τ_{IV} расстояние $R_T = 2R_0 = \min$. Стационарная фаза $[\tau_I, \tau_{III}]$ характеризуется константными значениями производных: $\frac{dR_T}{d\tau} = 0$; $\frac{d\beta}{d\tau} = 0$; $\frac{\alpha_n}{d\tau} = \frac{\alpha_v}{d\tau} = \frac{\alpha_{w(A)}}{d\tau} = \frac{\alpha_{w(B)}}{d\tau} = \frac{\beta_0}{1 - \beta_0^2}$, что представляет собой движение объекта В по окружности, со скоростью углового перемещения в базе А, учитывающей эффект прецессии Томаса. В общем случае, стационарные значения имеют закономерности:

$$R_T^* > 2R_0; \beta^* < \beta(0); \alpha_v - \alpha_{w(A)} = \alpha_{w(B)} - \alpha_v; \alpha_n - \alpha_v : \frac{dt_B}{d\tau} = 1$$

Следует обратить внимание на несовпадение векторов относительной скорости и касательной к траектории. Это несовпадение является общей закономерностью для неинерциального наблюдателя, и обуславливается добавочным членом для R_T , из (99). Проанализируем время. Величина $t_A(0) = -\frac{4}{\sqrt{1 - \beta^2}}$, определяется аналогично, как и в предыдущей задаче (с учетом удвоенного минимального расстояния разлета). Величина $t_B(0)$, для получения согласованных результатов, требует синхронизации. В случае относительного инерциального движения, синхронизация по Эйнштейну не обладает

свойством взаимности, поэтому будет заменена другим методом. Общим подходом может послужить параметризация собственного времени некоторым принципиально наблюдаемым параметром, и синхронизация «одновременных» событий в соответствии с ним: $P_X = P_Y \rightarrow t_X(P_X) = t_Y(P_Y)$. Этот метод, не претендующий на универсальность, допустимо применить в фазе предварительного сближения объектов. В качестве параметра будем использовать α_n , и воспользуемся (96), с учетом начальных условий $|\cos \alpha(0)| = \beta$, для двух одинаковых зависимостей:

$$\tau(\alpha) = \frac{1}{\beta} \left(-\text{ctg} \alpha + \frac{\beta}{\sin \alpha} \right); t_B(\alpha') = \frac{1}{\beta} \left(-\text{ctg} \alpha' + \frac{\beta}{\sin \alpha'} \right) \quad (114)$$

Повторяя рассуждения из предыдущей задачи, имеем начальное значение угла $\alpha'(0)$: $|\cos \alpha'| = \frac{|\cos \alpha| + \beta}{1 + \beta \cdot |\cos \alpha|} = \frac{2\beta}{1 + \beta^2}$, подставляя которое во второе соотношение (114) получим $t_B(0) = -2$. Интересно отметить, что это значение не зависит от скорости. Для получения $t_B(\tau)$ достаточно проинтегрировать соотношения (3, 99-112). Для получения $t_A(\tau)$ следует продублировать расчеты, но с точки зрения объекта В. Стоящие в (99-112) слева производные по τ заменяются производными по t_B , коэффициент $\frac{dt_B}{d\tau}$ заменятся на $\frac{dt_A}{dt_B}$, а результирующие производные по τ komponуются: $\frac{dX}{d\tau} = \frac{dX}{dt_B} \cdot \frac{dt_B}{d\tau}$. Начальные условия соответствуют $\alpha'(0)$. На рисунке 11 приведены результаты совместного расчета $t_B(\tau)$, $t_A(\tau)$.

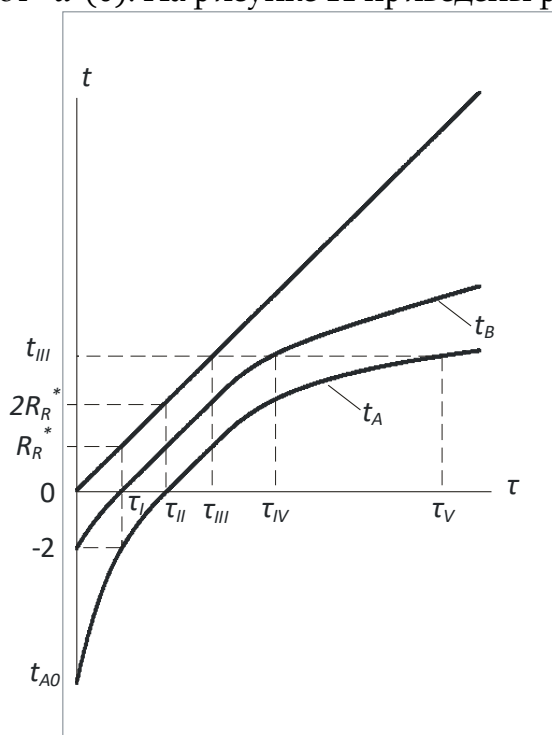


Рисунок 11. Зависимости t_B, t_A при диаметрально противоположном движении по окружности.

Анализ зависимостей $t_B(\tau)$, $t_A(\tau)$ показывает их взаимную согласованность в стационарной фазе: $t_B(\tau) = \frac{t + t_A(\tau)}{2}, \tau: [\tau_{II}, \tau_{III}]$. Из этого следуют два важных вывода: мнимость парадоксов неодинакового темпа течения времени; корректность метода «параметрической синхронизации времени» между относительно движущимися объектами. СТО выдержала еще одну проверку. На рисунке 12 приведено сопоставление величин R_R, R_T , которые вновь начинают совпадать, начиная с момента τ_V .

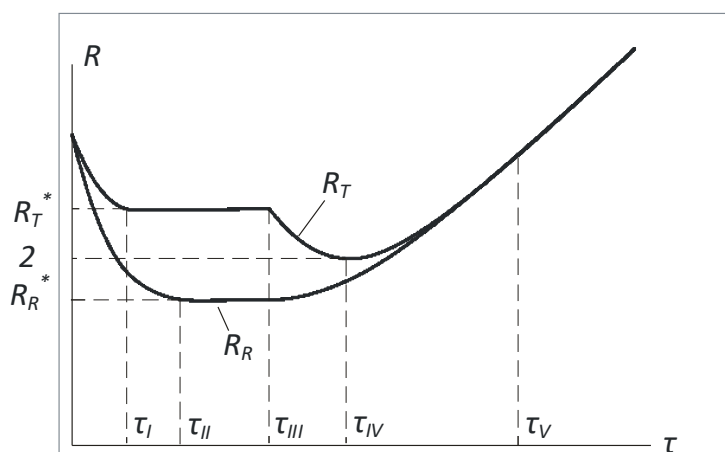


Рисунок 12. Зависимости расстояний при диаметрально противоположном движении по окружности.

Обсуждение. Задачи продольного ускорения. Для этих задач характерным эффектом является изменение расстояний между объектами. Для одинакового ускорения результирующее расстояние увеличивается. Поэтому, такое «приготовление» реальных тел не может претендовать как физически реализуемое. Напротив, квазисвязанное ускорение, использующее условие (30), может претендовать как необходимое кинематическое условие «приготовления». Это условие дает наглядное объяснение парадокса Белла: при сколько угодно продолжительном ускорении нить не порвется и не скомкается только, и только при соблюдении (30). Более интересным кажется эффект неодинаковости расстояний в стационарной фазе квазисвязанного ускорения (55,77,82,83). Эффект может показаться абсурдным, если поместить между объектами линейку из твердого тела, однако это противоречие объяснимо. В случае наличия реальной физической среды, расстояние возможно вычислить путем интегрирования между близко расположенными точками этой среды. В этом случае, соотношения (55,77,82,83) отличаются друг от друга поправками второго порядка малости, что дает одинаковый интегральный результат независимо, как от способа, так и направления измерения. Результирующее значение расстояния будет равно исходному, измеренному до начала ускорения. Это уже третий вариант измерения, так какое расстояние считать «реальным»? Другой вопрос, если предположить, что треугольное расстояние является наиболее подходящим кандидатом на величину, входящую в соотношения для потенциалов Льёнара-Вихерта [6,12], то для неинерциальных объектов это должно потребовать корректировки соотношений, иначе будет нарушен третий закон Ньютона.

Одновременность. При рассмотрении вопросов одновременности, следует снова обратить внимание на уникальность соотношения (30). В стационарной фазе продольного ускорения одновременность событий определяется по правилу Эйнштейна, и она обладает свойством взаимности и транзитивности для любой подчиняющейся (30) промежуточной точки. Более того, в любой фазе процесса ускорения, для каждой такой промежуточной точки, каждый момент одновременности характеризуется одинаковой скоростью относительно инерциальной системы отсчета. Однако, в общем случае относительного перемещения, правило синхронизации по Эйнштейну не может быть применимо. Действительно, очевидным свойством одновременности является взаимность, однако, для перемещающихся друг относительно друга объектов правило Эйнштейна не дает этого свойства. Для инерциальных объектов допустимо применять альтернативный метод синхронизации, использующий в качестве критерия одновременности некоторый принципиально наблюдаемый параметр. Например, это может быть взаимное расстояние, или угол наблюдаемого расположения (для не продольно перемещающихся объектов). Необходимым условием применимости метода является требование изменения параметра

во времени. Для произвольного неинерциального движения алгоритм определения одновременности требует проработки. Следует также отметить, что в общем случае относительного движения, свойство транзитивности одновременности (между тремя и более объектами) не выполняется. Это оставляет открытым вопрос о степени физической значимости одновременности на процессы взаимодействия.

Задачи движения по окружности. Вызывающим особый интерес фактом является наличие прецессии Томаса, в отсутствии каких либо допущений о строении объекта наблюдателя. К этому следует добавить, что величина прецессии существенным образом зависит от способа изменения направления, который может быть и не центростремительным. Так например, с одной стороны, можно потребовать сколь угодно малый радиус изменения направления, а с другой – резкий останов и разгон относительно системы центра окружности. Для таких предельных случаев траектории движения будут практически совпадать, однако во втором случае, прецессия будет полностью отсутствовать. Механизм прецессии Томаса для макро объектов остается открытым вопросом. Зато не вызывает вопросов синхронное течение времени между одинаково движущимися по окружности объектами. Это можно показать и координатным способом, рассматривая объекты относительно системы отсчета центра окружности. Предложенный способ это еще раз наглядно подтверждает, но при этом не требует использования вспомогательной системы отсчета. Еще одним наблюдаемым эффектом перемещения наблюдаемого объекта (для неинерциального наблюдателя) является несоответствие вектора относительной скорости и касательной к траектории его движения, восстанавливаемой на основе измеренного триангулярного расстояния.

Обозначенные вопросы и ответы показывают, что изложенный метод обмена сигналами может самостоятельно использоваться для исследования наблюдаемых релятивистских эффектов, и дает возможность изучения теории относительности еще под одним углом зрения.

Список литературы:

1. Ю.Б. Румер, М.С. Рывкин, Теория относительности, М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2017. – 214 с.
2. В.А. Фок, Теория пространства, времени, тяготения, Изд. 5-е, М.:ЛЕНАНД, 2015. – 576 с.
3. А.Г. Грозин, Специальная теория относительности: Геометрия пространства-времени, М.:ЛЕНАНД, 2019. – 168 с.
4. К. Мёллер, Теория относительности, Изд. 2-е, М.:Атомиздат, 1975. – 400 с.
5. П.К. Рашевский, Риманова геометрия и тензорный анализ. Ч.1: Евклидовы пространства и аффинные пространства. Тензорный анализ. Математические основы специальной теории относительности. Изд. 8-е, М.:КРАСАНД, 2014. – 352 с.
6. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика. Учеб. Пособие. В 10 т. Т.2: Теория поля. Изд. 7-е, М.:Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 512 с.
7. С.Н. Вергелес, Теоретическая физика. Общая теория относительности: учебник для бакалавриата и магистратуры. Изд. 2-е, М.:Издательство Юрайт, 2017. – 190 с.
8. С.О. Алексеев, Е.А. Памятных, А.В. Урсулов, Д.А. Третьякова, Б.Н. Латош, Общая теория относительности: Введение. Современное развитие и приложения. Изд. 2-е, М.:ЛЕНАНД, 2019, - 400 с.

9. П.К. Рашевский, Риманова геометрия и тензорный анализ. Ч.2: Римановы пространства и пространства аффинной связности. Тензорный анализ. Математические основы общей теории относительности. Изд. 8-е, М.:КРАСАНД, 2014. – 336 с.
10. Д.Д. Иваненко, Г.А. Сарданашвили, Гравитация: История и проблемы. Релятивистская теория. Современные подходы в теории гравитации. Гравитация и элементарные частицы. Изд. 6-е. М.:ЛЕНАНД, 2021, - 208 с.
11. У.И. Франкфурт, Общая теория относительности: Исторические очерки. М.:ЛЕНАНД, 2016, - 176 с.
12. Н.В. Мицеквич, Релятивистская физика: Специальная теория относительности. Общая теория относительности. Изд. стереотип., М: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2018. – 200 с.
13. С.Н. Артеха, Основания физики (критический взгляд): Критика основ теории относительности. Изд. 2-е, М.:ЛЕНАНД, 2018, - 288 с.

References:

1. Yu.B. Rumer, M.S. Ruvkin, Theory of Relativity, Moscow: Book House "LIBROKOM", 2017. - 214 p.
2. V.A. Fock, Theory of space, time, gravitation, Ed. 5th, Moscow: LENAND, 2015. - 576 p.
3. A.G. Grozin, Special theory of relativity: Geometry of space-time, Moscow: LENAND, 2019. - 168 p.
4. K. Meller, Theory of Relativity, Ed. 2nd, Moscow:Atomizdat, 1975. – 400 p.
5. P.K. Rashevsky, Riemann geometry and tensor analysis. Part 1: Euclidean spaces and affine spaces. Tensor analysis. Mathematical foundations of the special theory of relativity. Ed. 8th, Moscow: KRASAND, 2014. – 352 p.
6. L.D. Landau, E.M. Lifshits, Theoretical physics. Studies. Stipend. In 10 vols. Vol. 2: Field Theory. 7th Ed., Moscow: Nauka. Gl. ed. phys.-mat. lit., 1988. – 512 p.
7. S.N. Vergeles, Theoretical physics. General Relativity Theory: Textbook for undergraduate and graduate studies. Ed. 2nd, Moscow:Yurayt Publishing House, 2017. – 190 p.
8. S.O. Alekseev, E.A. Memorable, A.V. Ursulov, D.A. Tretyakova, B.N. Latosh, General theory of Relativity: Conducting. Modern development and applications. Ed. 2nd, Moscow: LENAND, 2019, - 400 p.
9. P.K. Rashevsky, Riemannian geometry and tensor analysis. Part 2: Riemannian spaces and spaces of affine connectivity. Tensor analysis. Mathematical foundations of the general theory of relativity. Ed. 8th, Moscow: KRASAND, 2014. – 336 p.
10. D.D. Ivanenko, G.A. Sardanashvili, Gravity: History and problems. Relativistic theory. Modern approaches in the theory of gravity. Gravity and elementary particles. Ed. 6th, Moscow: LENAND, 2021, - 208 p.
11. U.I. Frankfurt, General theory of relativity: Historical essays. Moscow: LENAND, 2016, - 176 p.
12. N.V. Mitsekvich, Relativistic physics: Special theory of relativity. General theory of relativity. Stereotype Publishing House, Moscow: Book House "LIBROCOM", 2018. – 200 p.

13. S.N. Artech, Foundations of physics (critical view): Criticism of the foundations of the theory of relativity. Ed. 2nd, Moscow: LENAND, 2018, - 288 p.