ORES

Научно-практический электронный журнал
Оригинальные исследования (ОРИС), *ISSN 2222-0402*
www.ores.su
original-research.ru

УДК 658.512.2

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ВАРИАЦИОННОЙ ИНФОРМАТИВНОСТИ ТОЧКИ И ОТРЕЗКА В ПРОСТОМ АРИФМЕТИЧЕСКОМ ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ $R^{(3)}$

Синицын Сергей Александрович
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой
«Теоретическая и прикладная механика»
Российского университета транспорта (РУТ(МИИТ))

Тихомирова Елена Борисовна
старший преподаватель кафедры
«Инфокоммуникации»
Московского авиационного института (НИУ)

Аннотация

Решение задачи проектирования поверхности на основе заданного метода с требуемой точностью воспроизведения формы можно решать на основе информационных оценок геометрических параметров путем непосредственных вычислений геометрической информативности. Предложенная мера количества информации, названная геометрической информативностью, в отличии от энтропии, содержит систематическую составляющую величины параметра, которая позволяет оценивать относительную погрешность вычислений и производить информационное суммирование для осредненных оценок погрешности формообразования поверхности. Носителями неопределенности меры информации являются некоторые диапазоны неопределенности, которые записаны в знаменателе вычислительной формулы. Уменьшение таких диапазонов приводит к значительному возрастанию информационного содержания объекта с учетом фактических ограничений измерительных свойств пространства представления объекта.

Ключевые слова: точность формообразования, геометрическая информация, информативность точки, отрезка, евклидово пространство, проективные свойства.

METHODS FOR ASSESSING VARIATION INFORMATION POINT AND INTERCEPT IN SIMPLE ARITHMETIC EUCLIDEAN SPACE $R^{(3)}$

Sergey A. Sinitsyn
Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department
"Theoretical and Applied Mechanics"
Russian University of Transport (RUT(MIIT))

Elena B. Tikhomirova
senior lecturer of the department
Infocommunications
Moscow Aviation Institute (NRU)

ABSTRACT

The solution of the problem of surface design based on a given method with the required accuracy of shape reproduction can be solved on the basis of information estimates of geometric parameters by direct calculations of geometric information content. The proposed measure of the amount of information, called geometric information content, unlike entropy, contains a systematic component of the parameter value, which allows estimating the relative calculation error and performing information summation for averaged estimates of the surface shaping error. The carriers of the uncertainty of the measure of information are certain ranges of uncertainty, which are written in the denominator of the computational formula. A decrease in such ranges leads to a significant increase in the information content of the object, taking into account the actual limitations of the measurement properties of the object representation space.

Keywords: shaping accuracy, geometric information, information of a point, segment, Euclidean space, projective properties.

Принято считать, что геометрические свойства объекта, заданного в пространстве, определяются свойствами единственной его точки. Воспользуемся этим предположением на уровне принятой аксиомы и будем изучать информационные свойства некоторой произвольной точки объекта η(η_x , η_y , $\eta_{z)}$, в простом арифметическом, евклидовом пространстве R(3) с предельными единицами измерения (ΔX=ΔY=ΔZ) (рис.1).

Ранее в работе [1, с.58] получена формула расчета информационного содержания произвольной точки η ⊂ [0η] , заданной в простом арифметическом пространстве R(3):

$$\mathrm{Inf}\ (\eta) = \frac{\ln\sqrt{\eta_X^2+\eta_Y^2+\eta_Z^2}}{\sqrt{\eta_X^2+\eta_Y^2+\eta_Z^2}}\ ,$$

названного геометрической информативностью. Логарифм в числителе формулы может иметь любое основание. Натуральный логарифм выбран для удобства вычислений.

При условии равенства масштабов измерения геометрическая информативность точки η(η_x, η_y, $\eta_{z)}$ в пространстве R(3) будет монотонно убывать при ее удалении от начала координат, стремясь в пределе к нулю:

$$\lim_{\eta_x,\ \eta_y,\ \eta_z \to\infty} [\ \mathrm{Inf}\ (\eta(\eta_x,\ \eta_y, \eta_z)] = 0. \qquad (1)$$

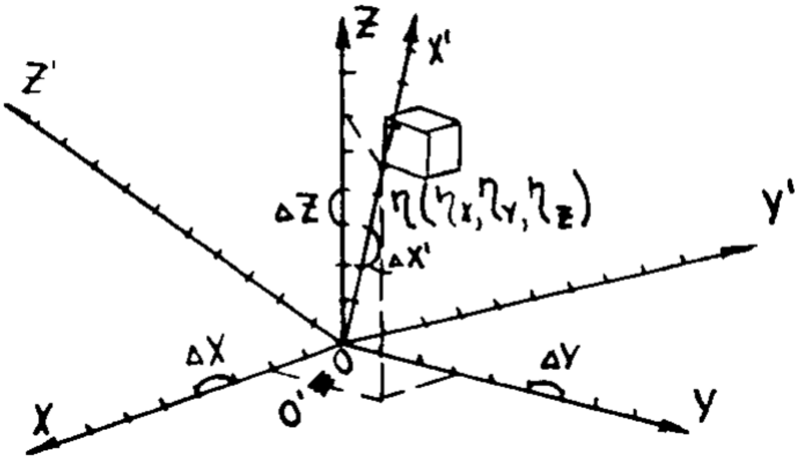

Рисунок 1. Формирование геометрической информативности точки

Сначала докажем существование предела (1), для чего исследуем функцию информационного содержания точки пространства на сходимость. Для этого будем попарно, поочередно фиксировать аргументы η_x, η_y, η_z, устремляя третий аргумент к бесконечности:

$$\lim_{\eta_z \to \infty} [\,\mathrm{Inf}\,(\eta(\eta_x,\ \eta_y, \eta_z)] \ = \ \lim_{\eta_z \to \infty} \frac{\ln \sqrt{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2}}{\sqrt{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2}} = 0; \qquad (2)$$

$$\lim_{\eta_y \to \infty} [\,\mathrm{Inf}\,(\eta(\eta_x,\ \eta_y, \eta_z)] \ = \ \lim_{\eta_y \to \infty} \frac{\ln \sqrt{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2}}{\sqrt{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2}} = 0; \qquad (3)$$

$$\lim_{\eta_x \to \infty} [\,\mathrm{Inf}\,(\eta(\eta_x,\ \eta_y, \eta_z)] \ = \ \lim_{\eta_x \to \infty} \frac{\ln \sqrt{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2}}{\sqrt{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2}} = 0. \qquad (4)$$

На основании полученных результатов заключаем, что при бесконечном удалении точки от начала координат в евклидовом пространстве R(3) ее информационное содержание стремится к нулю.

Далее исследуем функцию геометрической информативности на монотонность [2, с.25]. Область определения такой функции задается условиями предельной измеримости пространственного геометрического элемента (единичного куба) по осям X, Y, Z с учетом положительной определенности координат:

$$\begin{cases} 1 \ \le \ \eta_x \ \le \ \infty \\ 1 \ \le \ \eta_y \ \le \ \infty \\ 1 \ \le \ \eta_z \ \le \ \infty \end{cases} . \qquad (5)$$

Исследуем на ноль частные производные функции информативности.

$$(Inf[\eta])^{I}_{\eta_x} = \frac{\eta_x}{\sqrt{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2}} \ \frac{\left(1 - ln\sqrt{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2}\right)}{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2} \ . \qquad (6)$$

Знаменатель (6) не равен нулю в области определения функции (5). Первый сомножитель (6) также не равен нулю. Числитель второго сомножителя (6) не может быть нулевым в области определения, так как

$$ln\sqrt{\eta_X^2 + \eta_Y^2 + \eta_Z^2} \neq 0.$$

Следовательно, $(Inf[\eta])^I_{\eta_x} \neq 0$.

То есть необходимое условие экстремума функции не выполняется.

Аналогичные результаты могут быть получены для остальных частных производных функции информативности:

$$\begin{cases} (Inf[\eta])^I_{\eta_x} \neq 0 \\ (Inf[\eta])^I_{\eta_y} \neq 0 \\ (Inf[\eta])^I_{\eta_z} \neq 0 \end{cases}. \quad (7)$$

На основании (7) заключаем, что функция геометрической информативности $Inf[\eta]$ не имеет экстремумов, а в силу определенности своих частных производных и собственной положительной определенности монотонно убывает, стремясь согласно (2) – (4) к нулю [3, с.7].

Таким образом, при удалении точки или объекта в евклидовом пространстве R(3) от начала координат системы отсчета ее информационное содержание (информативность) убывает, стремясь в пределе к нулю. Аналогичный результат может быть получен на плоскости, как частный случай.

Переходя от точки к отрезку, зададим в пространстве R(3) декартову систему координат oXYZ с равными масштабными единицами по всем осям (ΔX = ΔY = ΔZ). В заданной системе отсчета определим отрезок $[\zeta_1\ \zeta_2]$ координатами его граничных точек: ζ_1 $(\zeta_{x1}, \zeta_{y1}, \zeta_{z1})$ и ζ_2 $(\zeta_{x2}, \zeta_{y2}, \zeta_{z2})$ (рис.2).

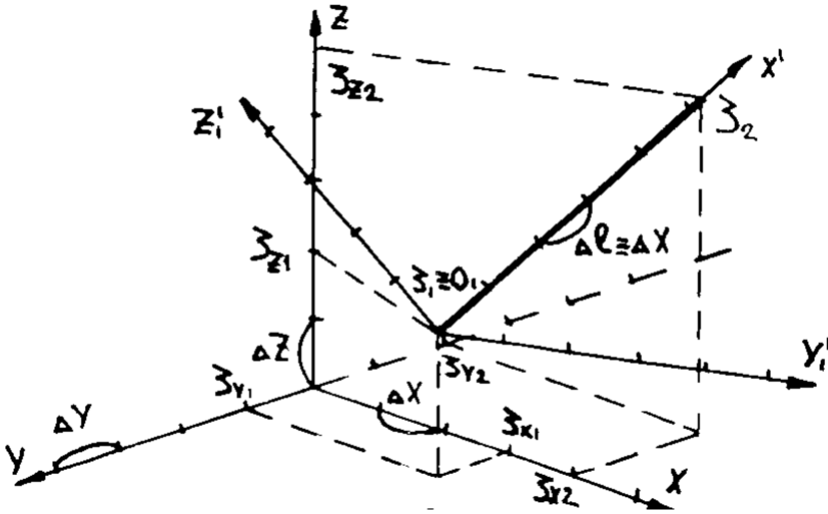

Рисунок 2. Геометрическая информативность отрезка в пространстве R(3)

Длина отрезка $[\zeta_1\ \zeta_2]$ определяется координатами его граничных точек и масштабом измерения в выбранной системе отсчета:

$$\overline{\zeta_1\ \zeta_2} = \Delta X \sqrt{(\zeta_{x2} - \zeta_{x1})^2 + (\zeta_{y2} - \zeta_{y1})^2 + (\zeta_{z2} - \zeta_{z1})^2}\ . \quad (8)$$

Введем локальную систему координат 0IXIYIZI, начало которой совместим с точкой ζ_1 = 0I, а ось 0IXI направим вдоль отрезка $[\zeta_1\ \zeta_2]$. Положение осей 0IYI и 0IZI не оговаривается. Масштабы измерений в локальной системе 0IXIYIZI оставим без изменений [4, с.6].

Определим информационное содержание отрезка $[\zeta_1\ \zeta_2]$ в локальной системе координат 0IXIYIZI по формуле:

$$\text{Inf}\,(\overline{\zeta_1\ \zeta_2}) = \ln\sqrt{(\zeta_{x2} - \zeta_{x1})^2 + (\zeta_{y2} - \zeta_{y1})^2 + (\zeta_{z2} - \zeta_{z1})^2}\ . \quad (9)$$

Позиционная составляющая геометрической информации, связанная с ориентацией отрезка $[\zeta_1\ \zeta_2]$ в базовой системе отсчета oXYZ определяется информационным содержанием точек $\zeta_1\ \zeta_2$, заданных в пространстве R(3), на основании следующей формулы:

$$\mathrm{Inf}\ (\zeta_1\ \zeta_2) = \frac{ln\sqrt{\zeta_{x1}^2+\zeta_{y1}^2+\zeta_{z1}^2}}{\sqrt{\zeta_{x1}^2+\zeta_{y1}^2+\zeta_{z1}^2}} + \frac{ln\sqrt{\zeta_{x2}^2+\zeta_{y2}^2+\zeta_{z2}^2}}{\sqrt{\zeta_{x2}^2+\zeta_{y2}^2+\zeta_{z2}^2}}. \qquad (10)$$

Информативность отрезка $[\zeta_1\ \ \zeta_2]$, заданного в пространстве R(3) определяется суммой метрической (9) и позиционной составляющих геометрической информации:

$$\mathrm{Inf}\ ([\zeta_1\zeta_2]) = \mathrm{Inf}\ (\overline{\zeta_1\ \zeta_2}) + \mathrm{Inf}\ (\zeta_1\ \zeta_2). \qquad (11)$$

Для определения информативности линейного элемента физической или геометрической модели можно использовать аналогичные соотношения.

С учетом свойства измеримости точечной информации заключаем, что при удалении отрезка от начала координат его информативность уменьшается, стремясь в пределе к метрической составляющей, которая определяет независимые свойства отрезка, несвязанные с его положением в заданной системе отсчета.

Числовые результаты, связанные с информационными вычислениями, должны быть оценены по семантической составляющей информации. Действительно, с точки зрения проективной геометрии, свойство изменения информативности конечного отрезка при его удалении от наблюдателя в бесконечность связано с утратой визуального восприятия его ориентации в пространстве.

Список литературы:

1. Синицын С.А. Информационная методика интегральных оценок точности изготовления и измерения деталей и узлов транспортного машиностроения // Наука и техника транспорта. 2022. №3. С 55-59.
2. Синицын С.А. Применение информационных оценок для построения адекватных моделей проектирования в итерационных системах// Тенденции развития науки и образования. 2021. № 79. С. 24-26.
3. Гусарова О.Ф., Синицын С.А. Информационные характеристики доверительных диапазонов параметров ситуационных моделей// Оригинальные исследования. 2019.т.9. №4. С.4-12.
4. Синицын С.А. Основные принципы формирования достоверных моделей информационного проектирования// Оригинальные исследования. Т.10 2020. №3. С. 5-10.

References:

1. Sinitsyn S.A. Information method of integral assessments of the accuracy of manufacturing and measurement of parts and components of transport engineering // Science and technology of transport. 2022. №3. From 55-59.
2. Sinitsyn S.A. Application of information assessments to build adequate design models in iterative systems // Trends in the development of science and education. 2021. No. 79. S. 24-26.
3. Gusarova O.F., Sinitsyn S.A. Information Characteristics of Confidence Ranges of Parameters of Situational Models // Original Research. 2019.v.9. No. 4. pp.4-12.
4. Sinitsyn S.A. Basic principles for the formation of reliable models of information design// Original research. T.10 2020. No. 3. pp. 5-10.