

УДК 535.214.6

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИТИЧЕСКОГО
ЭЖЕКТОРА С КОНДЕНСАЦИЕЙ****Белый Вячеслав Сергеевич,**

кандидат технических наук,

доцент кафедры физики ФГБОУ ВО «Российского химико-технологического университета
имени Д.И. Менделеева», г. Москва, el.belaya2015@yandex.ru**Аннотация**

В настоящей научной статье предлагаются результаты физико-математического моделирования критического сверхзвукового эжектора, предназначенного для смешивания скоростных потоков газов с допустимым появлением на выходе смесительной камеры конденсата. В работе представлен алгоритм определения скорости потока смеси газов в выходном сечении оборудованной горловиной конической смесительной камеры эжектора с учётом того, что сечение эжектора является критическим и приведённая скорость потока газов является единичной. Предложенный алгоритм является достаточно простым и подлежит программной реализации.

Ключевые слова: эжектор, коэффициент эжекции, диффузор, приведённая скорость, сверхзвуковой поток, выходное сопло, критический режим, конденсация.

**PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODELING OF A CRITICAL EJECTOR
WITH CONDENSATION****Vyacheslav S. Belyi,**

Candidate of Technical Sciences,

Associate Professor of the Department of Physics of the D.I. Mendeleev Russian University of
Chemical Technology, Moscow**ABSTRACT**

This scientific article presents the results of physical and mathematical modeling of a critical supersonic ejector designed for mixing high-speed gas flows with the permissible appearance of condensate at the outlet of the mixing chamber. The paper presents an algorithm for determining the flow rate of a mixture of gases in the outlet section of a conical ejector mixing chamber equipped with a neck, taking into account that the ejector section is critical and the reduced gas flow rate is single. The proposed algorithm is quite simple and is subject to software implementation.

Keywords: ejector, ejection coefficient, diffuser, reduced velocity, supersonic flow, outlet nozzle, critical mode, condensation.

Введение. В настоящей научной статье предлагаются результаты физико-математического моделирования критического сверхзвукового эжектора, предназначенного для смешивания скоростных потоков газов с допустимым появлением на выходе смесительной камеры конденсата. В работе представлен алгоритм определения скорости потока смеси газов в выходном сечении оборудованной горловиной конической смесительной камеры эжектора с учётом того, что сечение эжектора является критическим и приведённая скорость потока газов является равной единице. Основной характеристикой эжектора является полное давление потока газов в диффузоре, поэтому основная задача проектирования эжектора предполагает обеспечение наименьших потерь полного давления на выходе эжектора. Это предопределяет цель научной статьи – разработку физико-математической модели критического сверхзвукового эжектора, отражающей принцип его функционирования. Данная цель достигается путём решения двух взаимосвязанных между собой научных задач:

1. Анализ процессов эжекции двух высокоскоростных потоков газов с допустимым выделением конденсата в сечении, выбранном на выходе диффузора, оборудованного конической горловиной;

2. Синтез алгоритма определения значения скорости потока смешиваемых газов в диффузоре, расположенном на выходе газового эжектора.

Методическим инструментарием для проведения исследования являются положения и нормы, достаточно чётко и подробно описанные в [5, с. 582-591], [6, с. 64-76], [7, с. 443-451], а также в [8, с. 100-112]. Данная научная методика успешно реализована в трудах [9, с. 155-166], [10, с. 138-148], [11, с. 443-451] и [12, с. 575-581] в ходе исследования различных процессов, в том числе и не имеющих тесной взаимосвязи с процессами эжекции.

Анализ состояния вопроса. Газовый эжектор применяется в газовой и химической промышленности, вакуумной технике, самолетостроении и различных экспериментальных аэродинамических установках. В схеме аэродинамической трубы эжектор выполняет роль насоса, позволяющего подать большое количество газа сравнительно невысокого давления за счёт энергии небольшого количества газа высокого давления. Кроме того, эжектор используется для поддержания непрерывного тока воздуха в канале или помещении и выполняет роль вентилятора, например, в схеме стенда для испытания реактивных двигателей. Ещё одна область применения эжектора – увеличение реактивной тяги путем подмешивания внешнего воздуха к струе газа, вытекающего из сопла реактивного двигателя. Поэтому задача моделирования работы эжектора является актуальной и практически важной.

Работа эжектора сводится к следующему. Эжектирующий высоконапорный газ, имеющий полное давление p_1^* , вытекает из сопла в смесительную камеру. Во входном сечении смесительной камеры устанавливается статическое давление p_2 , которое всегда ниже полного давления эжектируемого низконапорного газа p_2^* . Под действием разности давлений низконапорный газ стремится в камеру. Относительный расход этого газа, называется коэффициентом эжекции

$$n = \frac{G_2}{G_1}, \quad (1)$$

который в большей степени зависит от площадей сопел, от плотности газов и их начальных давлений, а также от режима работы эжектора.

Весь процесс смешения можно разделить на два этапа – начальный и основной. В начальном участке камеры частицы эжектируемого газа непрерывно захватываются

высоконапорной струей и увлекаются ею в зону смешивания, вследствие чего поддерживается разрежение на входе в смесительную камеру. На некотором граничном сечении пограничный слой струи заполняет все сечение смесительной камеры. В нём параметры газа различны по радиусу камеры. Затем продолжается выравнивание параметров потока величин давлений и температур. В конечном сечении камеры получается одномерная смесь газов, полное давление которой p_3^* тем более превышает полное давление эжектируемого газа, чем меньше коэффициент эжекции n . При дозвуковой скорости течения газа его давление на выходе из сопла равно давлению окружающей среды, а статические давления газов на входе в камеру смешения одинаковы. При звуковой или сверхзвуковой скорости течения газа давление на срезе сопла может сильно отличаться от давления эжектируемого газа. Если сопло нерасширяющееся, то при критическом отношении давлений давление на срезе сопла превышает давление в окружающей среде. Поэтому при выходе из сопла «А» струя газа «В» продолжает расширяться, скорость её становится сверхзвуковой, а площадь сечения большей площади выходного сечения сопла (рисунок 1).

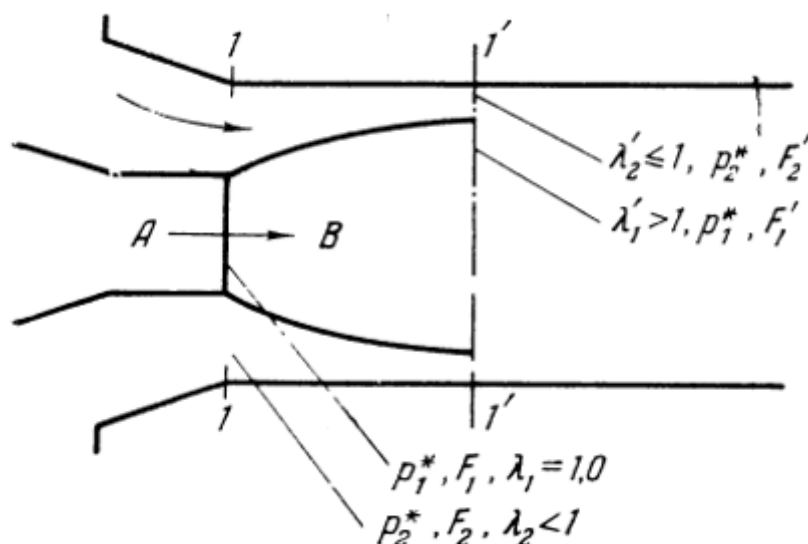


Рисунок 1. – Схема истечения газов из сверхзвукового сопла

При дозвуковой скорости наибольшее разрежение и максимальные скорости потока достигаются во входном сечении камеры. Минимальное значение статического давления и максимальная скорость эжектируемого потока достигается в сечении 1', находящимся на некотором расстоянии от сопла, там, где площадь расширяющейся сверхзвуковой струи становится большей [1, с. 167]. Это сечение является сечением запирания. Течение газа в любом участке смесительной камеры описывается тремя уравнениями сохранения:

- массы G газов;
- количества движения $G \cdot \omega$ потока газов;
- энергии I .

При наличии допущения, что поток газа в выходном сечении камеры является одномерным, записываются основные уравнения, связывающие параметры потока во входном и выходном сечениях цилиндрической камеры смешения [2, с. 55]. Для удобства вводятся индексы:

- индекс «1» – индекс, используемый для обозначения параметров эжектирующего газа;
- индекс «2» – индекс, используемый для обозначения параметров эжектируемого газа;

индекс «3» – индекс, используемый для обозначения параметров смеси газов в выходном сечении.

I. Закон сохранения массы запишется в виде:

$$\frac{G_3}{G_1} = n + 1, \quad (2)$$

где n – коэффициент эжекции, значение которого определяется с помощью выражения (1).

II. На основании закона сохранения энергии:

$$\begin{aligned} G_3 \cdot \left(c_{P3} \cdot T_3 + \frac{\omega_3^2}{2} \right) &= \\ &= G_1 \cdot \left(c_{P1} \cdot T_1 + \frac{\omega_1^2}{2} \right) + G_2 \cdot \left(c_{P2} \cdot T_2 + \frac{\omega_2^2}{2} \right) + Q, \end{aligned} \quad (3)$$

где Q – общее количество тепла, проводимое за единицу времени к газу в смесительной камере путем теплопередачи через стенки камеры или выделяющееся в ходе протекания химических реакций в потоке.

Переходя к параметрам торможения, получается:

$$G_3 \cdot c_{P3} \cdot T_3^* = G_1 \cdot c_{P1} \cdot T_1^* + G_2 \cdot c_{P2} \cdot T_2^* + Q, \quad (4)$$

где T^* – температура торможения.

Если пренебречь различием в теплоёмкостях смешивающихся газов и смеси, то из уравнения (4) можно получить

$$(n + 1) \cdot \frac{T_3^*}{T_1^*} = 1 + n \cdot \frac{T_2^*}{T_1^*} + \frac{Q}{c_P \cdot T_1^* \cdot G_1}. \quad (5)$$

или

$$\frac{T_3^*}{T_1^*} = \frac{1+n \cdot \theta + \vartheta}{n+1}. \quad (6)$$

В уравнении (6) отношение температур торможения T_2^* и T_1^* обозначено величиной $\theta = \frac{T_2^*}{T_1^*}$, а отношение количества теплоты Q к произведению вида $c_P \cdot T_1^* \cdot G_1$ обозначено значением $\vartheta = \frac{Q}{c_P \cdot T_1^* \cdot G_1}$.

В обычном эжекторе отношение $\vartheta = 0$. В этом случае выражение (6) принимает вид

$$\frac{T_3^*}{T_1^*} = \frac{1+n \cdot \theta}{n+1}. \quad (7)$$

Более того, можно получить выражения для $a_{кр}$:

$$\frac{a_{кр3}}{a_{кр1}} = \sqrt{\frac{1+n \cdot \theta}{n+1}}. \quad (8)$$

III. На основании закона сохранения импульса, записанного в виде

$$G_3 \cdot \omega_3 - G_1 \cdot \omega_1 - G_2 \cdot \omega_2 = p_1 \cdot F_1 + p_2 \cdot F_2 - p_3 \cdot F_3. \quad (9)$$

или

$$G_3 \cdot \omega_3 + p_3 \cdot F_3 = G_1 \cdot \omega_1 + p_1 \cdot F_1 + G_2 \cdot \omega_2 + p_2 \cdot F_2, \quad (10)$$

используя газодинамические функции $z(\lambda)$ можно вывести выражение вида:

$$G \cdot \omega + p \cdot F = \frac{k+1}{2 \cdot k} \cdot G \cdot a_{кр} \cdot z(\lambda). \quad (11)$$

Применяя выражение (11) к закону сохранения импульса, записанного в виде (10), получается:

$$G_3 \cdot a_{кр3} \cdot z(\lambda_3) = G_1 \cdot a_{кр1} \cdot z(\lambda_1) + G_2 \cdot a_{кр2} \cdot z(\lambda_2), \quad (12)$$

где газодинамическая функция

$$z(\lambda) = \lambda + \frac{1}{\lambda}. \quad (13)$$

В результате деления левой и правой частей уравнения (12) на произведение $G_1 \cdot a_{кр1}$ получается:

$$\frac{G_3}{G_1} \cdot \frac{a_{кр3}}{a_{кр1}} \cdot z(\lambda_3) = z(\lambda_1) + \frac{G_2}{G_1} \cdot \frac{a_{кр2}}{a_{кр1}} \cdot z(\lambda_2). \quad (14)$$

Уравнение эжекции имеет вид

$$z(\lambda_3) \cdot \sqrt{(n+1) \cdot (1+n \cdot \theta + \vartheta)} = z(\lambda_1) + n \cdot \sqrt{\theta} \cdot z(\lambda_2). \quad (15)$$

В выражении (15):

отношение масс G_2 и G_1 определяется с помощью выражения (1);

отношение величин $a_{кр2}$ и $a_{кр1}$ определяется по формуле (16):

$$\frac{a_{кр2}}{a_{кр1}} = \sqrt{\frac{T_2^*}{T_1^*}} = \sqrt{\theta}. \quad (16)$$

Для определения полного давления смеси выражение (2) необходимо записать в виде

$$\frac{p_3^*}{p_1^*} \cdot \sqrt{\frac{T_1^*}{T_3^*}} \cdot \frac{F_3}{F_1} \cdot \frac{q(\lambda_3)}{q(\lambda_1)} = n + 1. \quad (17)$$

где

$$q(\lambda) = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \cdot \lambda \cdot \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \cdot \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (18)$$

В цилиндрической камере смешения соотношение сил F_3 и F_1 определяется из соображения, что

$$\frac{F_3}{F_1} = 1 - \frac{1}{a}. \quad (19)$$

В этом случае полное давление газа определяется из уравнения вида

$$\frac{p_3^*}{p_1^*} = \frac{\sqrt{(n+1) \cdot (1+n \cdot \theta + \vartheta)}}{1 + \frac{1}{a}} \cdot \frac{q(\lambda_1)}{q(\lambda_3)}. \quad (20)$$

Постановка задачи. Формально задача разработки физико-математической модели критического сверхзвукового эжектора с наличием допускаемой конденсации на выходе диффузора сводится к расчёту скорости потока смеси газов в выходном сечении смесительной камеры критического эжектора путём корректного использования математического аппарата, достаточно чётко и подробно изложенного в [3, с. 130-143] и [4, с. 252-255].

Алгоритм определения скорости потока смеси газов в эжекторе представляет собой определённую последовательность действий. Для определения скорости потока смеси газов в сечении 3 эжектора принимаются следующие допущения:

эжектор является сверхзвуковым с расширяющимся соплом, следовательно выполняется условия вида $\lambda_1 > 1$;

камера смешения является конической и оборудована горловиной, как показано на рисунке 2;

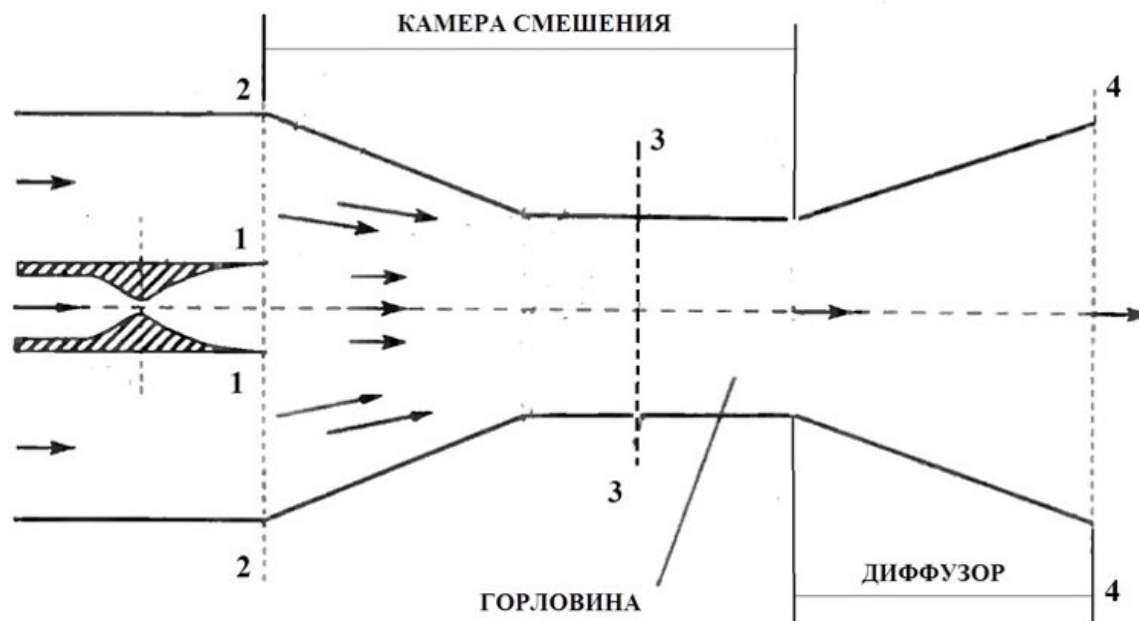


Рисунок 2 – Схема конической камеры смешения с горловиной

скорость течения газов в сечении 3 является критической, следовательно выполняется условие вида $\lambda_3 = 1$;

диффузор является дозвуковым, следовательно выполняется условие вида $\lambda_4 < 1$;

химический состав газов в смешиваемых потоках является различным;

поток смешиваемых газов является стационарным, движение газов считается установившимся;

теплообмен газов с окружающей средой полностью исключается;

на выходе камеры смешения осуществляется полное перемешивание газов.

давление в камере смешения изменяется по линейному закону в зависимости от изменения площади поперечного сечения камеры.

Исходными данными для определения скорости потока смеси газов в сечении 3 являются следующие величины и функции:

G_1, G_2 – массы эжектирующего и эжектируемого газов соответственно;

C_{p1}, C_{p2} – молярные теплоёмкости эжектирующего и эжектируемого газов соответственно;

T_1, T_2, T_3, T_4 – значения термодинамических температур газов, проходящих через сечения 1, 2, 3 и 4 соответственно;

p_1, p_2, p_3, p_4 – значения давления газов, проходящих через сечения 1, 2, 3 и 4 соответственно;

$\omega_1, \omega_2, \omega_4$ – значения скоростей потоков газов, проходящих через сечения 1, 2, и 4 соответственно;

S_1, S_2 – значения площадей сечений 1 и 2 соответственно;

M_1, M_2 – молярные массы эжектирующего и эжектируемого газов;

k_{p3} – коэффициент конденсата в сечении 3.

Требуется определить скорость ω_3 потока смеси газов в сечении 3.

Алгоритм определения значения скорости ω_3 потока смеси газов в сечении 3 включает в себя следующую последовательность действий:

1. Сначала, согласно (2) записывается закон сохранения масс:

$$G = G_1 + G_2. \quad (21)$$

2. На втором шаге для первого сечения записывается уравнение сохранения энергии:

$$I = G_1 \cdot \left(i_1(T_1) + \frac{\omega_1^2}{2} \right) + G_1 \cdot \left(i_2(T_2) + \frac{\omega_2^2}{2} \right). \quad (22)$$

Поскольку в третьем сечении наблюдается конденсация, то уравнение энергии можно переписать в виде:

$$I = G_1 \cdot (1 - k_{p3}) \cdot \left(i_1(T_3) + \frac{\omega_3^2}{2} \right) + G_1 \cdot k_{p3} \cdot \left(i_1(T_3) + \frac{\omega_3^2}{2} \right) + G_2 \cdot \left(i_2(T_3) + \frac{\omega_3^2}{2} \right). \quad (23)$$

3. На третьем шаге записывается уравнение закона сохранения импульсов между сечениями 1, 2 и 3:

$$\begin{aligned} \varphi_3 \cdot (G_1 \cdot \omega_1 + G_2 \cdot \omega_2) + p_1 \cdot S_1 + p_2 \cdot S_2 &= \\ = G \cdot \omega_3 + p_3 \cdot S_3 - \frac{p_2 + p_3}{2} \cdot (S_3 - S_2 - S_1). \end{aligned} \quad (24)$$

В уравнении (24) вычитаемое вида $\frac{p_2 + p_3}{2} \cdot (S_3 - S_2 - S_1)$ является силой реакции стенок эжектора. Площадь сечения S_3 определяется следующим образом

$$S_3 = \frac{G_2 + G_1 \cdot (1 - k_{p3})}{\frac{p_3}{R_0} \cdot T_3} \cdot \omega_3 + \frac{G_1 \cdot k_{p3}}{\rho_p \cdot \omega_3}, \quad (25)$$

где

$$M_{\text{mix}3} = \frac{G_2 + G_1 \cdot (1 - k_{p3})}{\frac{G_1 \cdot (1 - k_{p3})}{M_1} + \frac{G_2}{M_2}}.$$

4. Записывается уравнение сохранения энергии для четвёртого сечения

$$I = G_1 \cdot \left(i_1(T_4) + \frac{\omega_4^2}{2} \right) + G_2 \cdot \left(i_2(T_4) + \frac{\omega_4^2}{2} \right). \quad (26)$$

Закон сохранения импульса между сечениями 1, 2 и 4 представить в виде:

$$\begin{aligned} \varphi_4 \cdot (G_1 \cdot \omega_1 + G_2 \cdot \omega_2) + p_1 \cdot S_1 + p_2 \cdot S_2 + \frac{p_2 + p_3}{2} \cdot (S_3 - S_2 - S_1) &= \\ = G \cdot \omega_4 + p_4 \cdot S_4 - \frac{p_3 + p_4}{2} \cdot (S_4 - S_3). \end{aligned} \quad (27)$$

В выражении (27) слагаемое $\frac{p_2 + p_3}{2} \cdot (S_3 - S_2 - S_1)$ и вычитаемое $\frac{p_3 + p_4}{2} \cdot (S_4 - S_3)$ по аналогии с (24) являются силами реакции стенок при прохождении смеси газов через камеру смешения и диффузор. Параметры смеси газов, достижимые в сечении 4 определяются аналогично параметрам смеси для сечения 3:

$$S_4 = \frac{G}{\frac{p_4}{R_0} \cdot T_4} \cdot \omega_4, \quad (28)$$

где

$$M_{\text{mix}4} = \frac{G}{\frac{G_1}{M_1} + \frac{G_2}{M_2}}.$$

5. Определяется показатель адиабаты $k_{\text{mix}3}$ смеси газов, протекающих через сечение 3:

$$k_{\text{mix}3} = k_1 \cdot \frac{1 + \frac{G_1 \cdot (1 - k_{p3}) \cdot c_{p1}}{G_2 \cdot c_{p2}}}{\frac{k_2}{k_1} + \frac{G_1 \cdot (1 - k_{p3}) \cdot c_{p1}}{G_2 \cdot c_{p2}}}. \quad (29)$$

6. На завершающем шаге определяется скорость ω_3 потока смеси газов в сечении 3

$$\omega_3 = \sqrt{k_{\text{mix}3} \cdot \frac{R_0}{M_{\text{mix}4}} \cdot T_3}. \quad (30)$$

с учётом того, что сечение является критическим и для приведённой скорости проходящих через это сечение потока газов выполняется условие вида $\lambda_3 = 1$.

Предложенный алгоритм является достаточно простым и вполне может быть реализован на программном уровне.

Выводы: Таким образом, цель исследования, заявленная в настоящей научной статье, достигнута путём решения двух взаимосвязанных между собой научных задач:

1. Проведён анализ процессов эжекции двух высокоскоростных потоков газов с допустимым выделением конденсата в сечении, выбранном на выходе диффузора, оборудованного конической горловиной;

2. Синтезирован алгоритм определения значения скорости потока смешиваемых газов в диффузоре, расположенном на выходе газового эжектора.

Предложенный алгоритм является простым и может быть практически реализован на программном уровне. Теория предложенного метода решения задачи достаточно чётко и подробно описана в [13, с. 105-152], [14, с. 117-121] и [15, с. 217-221].

Список литературы:

1. Абрамович, Г.Н. Прикладная газовая динамика: Учебник для студентов высших технических учебных заведений. – 4-е изд., перераб. – Москва: Наука, 1976. – 888 с.
2. Александров, В.Ю. Оптимальные эжекторы (теория и расчет) / В. Ю. Александров, К. К. Климовский. – Москва: Машиностроение, 2012. – 133 с.
3. Аркадов, Ю. К. Новые газовые эжекторы и эжекционные процессы / Ю. К. Аркадов. – М.: Физматлит, 2001. – 333 с.
4. Бахвалов, Н.С., Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. специальностей вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – 2-е изд. – Москва: ФИЗМАТЛИТ; Санкт-Петербург: Лаб. базовых знаний, 2001. – 630 с.
5. Белый, В.С. Исследование процессов прохождения видимого излучения через оптическую систему на базе тонкой собирающей линзы / В. С. Белый, С. С. Воробьев // Вопросы устойчивого развития общества. – 2022. – № 3. – С. 582-591.
6. Белый, В.С. Теоретические аспекты обнаружения микроорганизмов методами активной или полуактивной оптической локации с использованием критерия максимума правдоподобия / В. С. Белый, Д. Д. Бабаев // Оригинальные исследования. – 2022. – Т. 12. – № 8. – С. 64-76. – EDN PPIVIN
7. Белый, В.С. Исследование явления внешнего фотоэффекта при взаимодействии видимого излучения с плоской металлической равномерно заряженной цинковой пластиной / В.С. Белый, Д.Д. Бабаев // E-Scio. – 2022. – № 3(66). – С. 443-451.
8. Белый, В. С. Теоретические аспекты обнаружения микроорганизмов методами активной или полуактивной оптической локации с использованием критерия Неймана-Пирсона / В. С. Белый, Д. Д. Бабаев // Оригинальные исследования. – 2022. – Т. 12. – № 7. – С. 100-112. – EDN XVPHXC
9. Белый, В. С. Особенности спектрального анализа пробы вещества с использованием низкотемпературной плазмы / В. С. Белый, Т. Н. Зайцева, А. В. Туранова // Обществознание и социальная психология. – 2022. – № 6(36). – С. 155-166. – EDN OFASJB
10. Белый, В. С. Математическое моделирование распределения Больцмана в процессе получения низкотемпературной плазмы / В. С. Белый, Т. Н. Зайцева, А. В. Туранова // Обществознание и социальная психология. – 2022. – № 6(36). – С. 138-148. – EDN DKEKDC
11. Белый, В.С. Исследование явления внешнего фотоэффекта при взаимодействии видимого излучения с плоской металлической равномерно заряженной цинковой

- пластиной / В. С. Белый, Д. Д. Бабаев // E-Scio. – 2022. – № 3(66). – С. 443-451. – EDN BGJYIP
12. Белый, В.С. Внешний фотоэффект при взаимодействии ультрафиолетового излучения с плоской металлической равномерно заряженной цинковой пластиной / В. С. Белый, С. С. Воробьев // Вопросы устойчивого развития общества. – 2022. – № 3. – С. 575-581. – EDN KBLQGF
13. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа. – Москва; Ленинград: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1950. – 676 с.
14. Пирумов, У.Г. Газовая динамика сопел / У. Г. Пирумов, Г. С. Росляков. – М.: Наука, 1990. – 364 с.
15. Соколов, Е.Я. Струйные аппараты / Е. Я. Соколов, Н. М. Зингер. – 3-е изд., перераб. – М: Энергоатомиздат, 1989. – 350 с.

References:

1. Abramovich, G.N. Applied gas dynamics: Textbook for students of higher technical educational institutions. – 4th ed., reprint. – Moscow: Nauka, 1976. – 888 p.
2. Alexandrov, V.Yu. Optimal ejectors (theory and calculation) / V. Yu. Alexandrov, K. K. Klimovsky. – Moscow: Mashinostroenie, 2012. – 133 p.
3. Arkadov, Yu. K. New gas ejectors and ejection processes / Yu. K. Arkadov. – M.: Fizmatlit, 2001. – 333 p.
4. Bakhvalov, N.S., Numerical methods: textbook. manual for students of physics and mathematics. specialties of universities / N. S. Bakhvalov, N. P. Zhidkov, G. M. Kobelkov. – 2nd ed. – Moscow: FIZMATLIT; St. Petersburg: Lab. basic knowledge, 2001. – 630 p.
5. Bely, V.S. Investigation of the processes of passing visible radiation through an optical system based on thin collecting lenses / V. S. Bely, S. S. Vorobyov // Issues of sustainable development of society. – 2022. – No. 3. – pp. 582-591.
6. Bely, V.S. Theoretical aspects of detection of microorganisms by methods of active or semi-active optical location using the maximum likelihood criterion / V. S. Bely, D. D. Babaev // Original research. – 2022. – Vol. 12. – No. 8. – PP. 64-76. – EDN PPIVIN
7. Bely, V.S. Investigation of the phenomenon of an external photoelectric effect in the interaction of visible radiation with a flat metal uniformly charged zinc plate / V.S. Bely, D.D. Babaev // E-Scio. – 2022. – № 3(66). – Pp. 443-451.
8. Bely, V. S. Theoretical aspects of detection of microorganisms by methods of active or semi-active optical location using the Neumann-Pearson criterion / V. S. Bely, D. D. Babaev // Original research. – 2022. – Vol. 12. – No. 7. – pp. 100-112. – EDN XVPHXC
9. Bely, V. S. Features of spectral analysis of a substance sample using low-temperature plasma / V. S. Bely, T. N. Zaitseva, A.V. Turanova // Social studies and social psychology. – 2022. – № 6(36). – Pp. 155-166. – EDN OFASJB
10. Bely, V. S. Mathematical modeling of Boltzmann distribution in the process of obtaining low-temperature plasma / V. S. Bely, T. N. Zaitseva, A.V. Turanova // Social studies and social psychology. – 2022. – № 6(36). – Pp. 138-148. – EDN DKEKDC

11. Bely, V.S. Investigation of the phenomenon of an external photoelectric effect in the interaction of visible radiation with a flat metal uniformly charged zinc plate / V. S. Bely, D. D. Babaev // E-Scio. – 2022. – № 3(66). – Pp. 443-451. – EDN BGJYIP
12. Bely, V.S. External photoelectric effect in the interaction of ultraviolet radiation with a flat metal uniformly charged zinc plate / V. S. Bely, S. S. Vorobyev // Issues of sustainable development of society. – 2022. – No. 3. – PP. 575-581. – EDN KBLQGF
13. Loitsyansky, L.G. Mechanics of liquid and gas. – Moscow; Leningrad: State Publishing House of Technical and Theoretical Literature, 1950. – 676 p.
14. Pirumov, U.G. Gas dynamics of nozzles / U. G. Pirumov, G. S. Roslyakov. – M.: Nauka, 1990. – 364 p.
15. Sokolov, E.Ya. Jet apparatuses / E. Ya. Sokolov, N. M. Singer. – 3rd ed., reprint - M: Energoatomizdat, 1989. – 350 p.