

УДК 621.771

**РАЗРАБОТКА КОНЦЕПЦИИ ЧЕТВЕРТОЙ ВИРТУАЛЬНОЙ  
ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ОДИН МО»****Андрей Анатольевич Мальцев**доцент кафедр ФН-7 и МТ-10 МГТУ им Н.Э. Баумана  
e-mail: a.a.mal@bmstu.ru**Аннотация**

Разработана концепция лабораторной работы «Вероятностное прогнозирование циклической прочности ступенчатого вала с кольцевой галтелью при кручении» по учебной дисциплине «Основы динамики и надежности металлургического оборудования».

**Ключевые слова:** прогнозирование, кручение, вал, металлургия, прочность.

**DEVELOPMENT OF THE FOURTH VIRTUAL LABORATORY WORK  
CONCEPT ON THE DISCIPLINE "ОДИН МО"****Andrey A. Maltsev**associate professor of BMSTU ФН-7 and МТ-10 departments  
e-mail: a.a.mal@bmstu.ru**ABSTRACT**

The concept of laboratory work "Probabilistic prediction of cyclic strength of a stepped shaft with a ring galtel during torsion" on the academic discipline "Fundamentals of dynamics and reliability of metallurgical equipment" has been developed.

**Keywords:** forecasting, torsion, shaft, metallurgy, strength.

Цель исследования – разработка методических указаний к выполнению четвертой лабораторной работы на тему «Вероятностное прогнозирование циклической прочности ступенчатого вала с кольцевой галтелью при кручении», что актуально для учебной дисциплины «Основы динамики и надежности металлургического оборудования» с точки зрения формирования у студентов профессиональной компетенции с формулировкой «Способность использовать современные методы моделирования, исследования и расчетов технологических комплексов в металлургическом производстве».

Объект исследования – ступенчатый вал с кольцевой галтелью (рис. 1), выполненный из стали с пределом прочности равным  $\sigma_B$ , среднее квадратическое отклонение предела прочности равно  $S_{\sigma_B}$ .

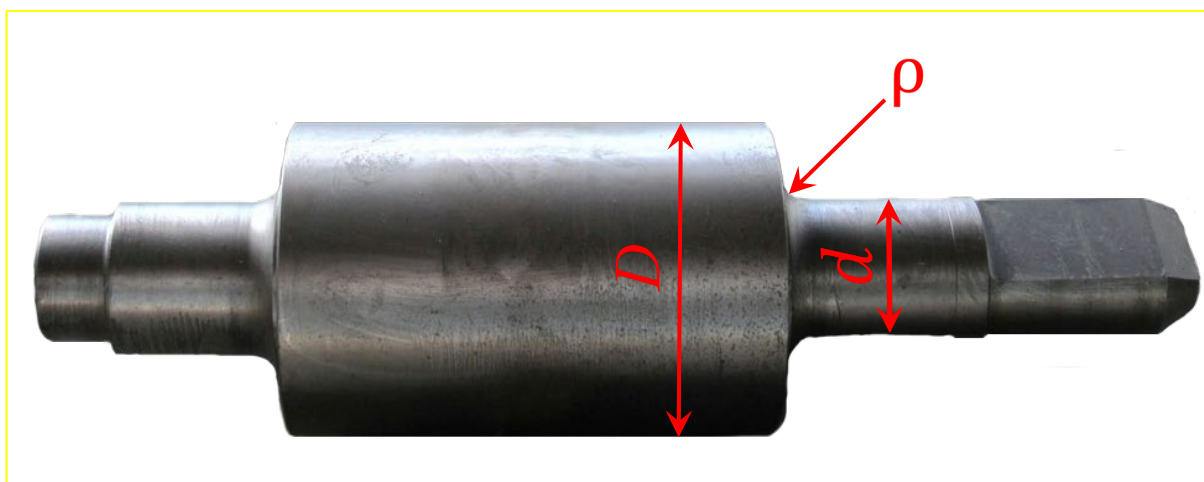


Рисунок 1. Кольцевая галтель на рабочем валке:

$D$  – больший диаметр галтели;

$d$  – меньший диаметр галтели;

$\rho$  – радиус закругления галтели

Предмет исследования – циклическая прочность ступенчатого вала в области кольцевой галтели при испытании на асимметричное знакопеременное кручение (рис. 2).

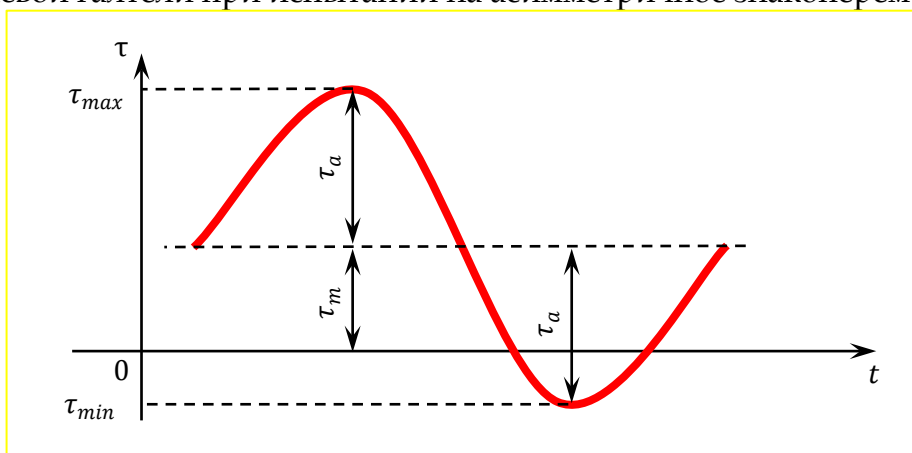


Рисунок 2. Асимметричный цикл напряжений при испытании ступенчатого вала на усталость:

$\tau$  – ось напряжений [МПа];

$t$  – ось времени [с];

$\tau_{max}$  – наибольшее напряжение цикла;

$\tau_{min}$  – наименьшее напряжение цикла;

$\tau_a$  – амплитуда цикла (1);

$\tau_m$  – среднее напряжение цикла (2)

Амплитуда асимметричного цикла напряжений

$$\tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2}. \quad (1)$$

Среднее напряжение асимметричного цикла

$$\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2}. \quad (2)$$

Исходные материалы – эмпирические формулы (3), (4), (5), (6), (7) и (8) из ГОСТ 25.504-82 «Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости», которые с экспликациями будут введены в теоретическую часть методических указаний.

Предел выносливости ступенчатого вала в области кольцевой галтели при кручении

$$\tau_{-1 \text{ гал}} \approx \frac{0,6 (0,55 - 0,0001 \sigma_B) \sigma_B}{K} \text{ [МПа]}. \quad (3)$$

Показатель наклона левого участка кривой усталости, построенной в двойных логарифмических координатах,

$$m \approx \frac{5 + \frac{\sigma_B}{80}}{K}. \quad (4)$$

Абсцисса точки перелома кривой усталости в логарифмических координатах

$$N_G \approx 2 \cdot 10^6 \text{ [циклов]}. \quad (5)$$

Амплитуды напряжений, приведенные к симметричному циклу,

$$\tau_{a \text{ прив}} = \tau_a + \frac{0,01 + 10^{-4} \sigma_B}{K} \tau_m \text{ [МПа]}. \quad (6)$$

Предельные амплитуды при асимметричном цикле нагружения

$$\tau_{a \text{ пред}} = \tau_{-1 \text{ гал}} - \frac{0,01 + 10^{-4} \sigma_B}{K} \tau_m \text{ [МПа]}. \quad (7)$$

Число асимметричных циклов до разрушения ступенчатого вала в области кольцевой галтели

$$N_{\text{цикл}} = \frac{\tau_{-1 \text{ гал}}^m N_G}{\tau_{a \text{ прив}}^m}. \quad (8)$$

Каждому студенту будет выдано индивидуальное задание (табл. 1), выполнение которого предполагает использование MathCAD (табл. 2).

Таблица 1

Предполагаемые исходные данные

Вариант	$\sigma_B$ МПа	$S_{\sigma_B}$ МПа	$K$	$N_G$ $\times 10^6$ циклов	$\tau_a$ МПа	$\tau_m$ МПа
1	510	51	1,1	1,1	310	201
2	520	52	1,2	1,2	320	202
3	530	53	1,3	1,3	330	203
4	540	54	1,4	1,4	340	204
5	550	55	1,5	1,5	350	205
6	560	56	1,6	1,6	360	206
7	570	57	1,7	1,7	370	207
8	580	58	1,8	1,8	380	208
9	590	59	1,9	1,9	390	209
10	600	60	2,0	2,0	400	210
11	610	61	1,1	2,1	410	211
12	620	62	1,2	2,2	420	212
13	630	63	1,3	2,3	430	213
14	640	64	1,4	2,4	440	214
15	650	65	1,5	2,5	450	215
16	660	66	1,6	2,6	460	216
17	670	67	1,7	2,7	470	217
18	680	68	1,8	2,8	480	218
19	690	69	1,9	2,9	490	219

20	700	70	2,0	3,0	500	220
21	710	71	1,1	1,1	510	221
22	720	72	1,2	1,2	520	222
23	730	73	1,3	1,3	530	223
24	740	74	1,4	1,4	540	224
25	750	75	1,5	1,5	550	225
26	760	76	1,6	1,6	560	226
27	770	77	1,7	1,7	570	227
28	780	78	1,8	1,8	580	228
29	790	79	1,9	1,9	590	229
30	800	80	2,0	2,0	600	230

Таблица 2

Ожидаемые результаты теоретического расчета

Вариант	$\tau_{-1 \text{ гал}}$ МПа	$m$	$\tau_a$ прив МПа	$\tau_a$ пред МПа	$N_{\text{цикл}}$ ЦИКЛОВ
1	139	10,3	321	128	188
2	129	9,6	330	119	151
3	122	8,9	340	112	132
4	115	8,4	349	105	123
5	109	7,9	359	100	119
27	129	8,6	582	117	4
28	123	8,2	591	112	5
29	118	7,8	601	107	5
30	113	7,5	610	102	6

Результаты первого опыта — левый наклонный участок кривой усталости, построенный в двойных логарифмических координатах для ступенчатого вала с кольцевой галтелью (рис. 3):

$$\sigma_B := 510$$

$$K := 1.1$$

$$N_G := 1.1 \cdot 10^6$$

$$\tau_a := 310$$

$$\tau_m := 201$$

$$\tau_{-1\text{Гал}} := \frac{0.6 \cdot [(0.55 - 0.0001 \cdot \sigma_B) \cdot \sigma_B]}{K} = 139$$

$$m := \frac{5 + \frac{\sigma_B}{80}}{K} = 10.3$$

$$\tau_{a\_прив} := \tau_a + \frac{0.01 + 10^{-4} \cdot \sigma_B}{K} \cdot \tau_m = 321$$

$$\tau_{a\_пред} := \tau_{-1\text{Гал}} - \frac{0.01 + 10^{-4} \cdot \sigma_B}{K} \cdot \tau_m = 128$$

$$N_{\text{цик}} := \frac{\tau_{-1\text{Гал}}^m \cdot N_G}{\tau_{a\_прив}^m} = 188$$

$$\tau_{\text{прив}} := \text{runif}(1000, \tau_{-1\text{Гал}}, \sigma_B)$$

$$N := \frac{\tau_{-1\text{Гал}}^m \cdot N_G}{(\tau_{\text{прив}})^m}$$

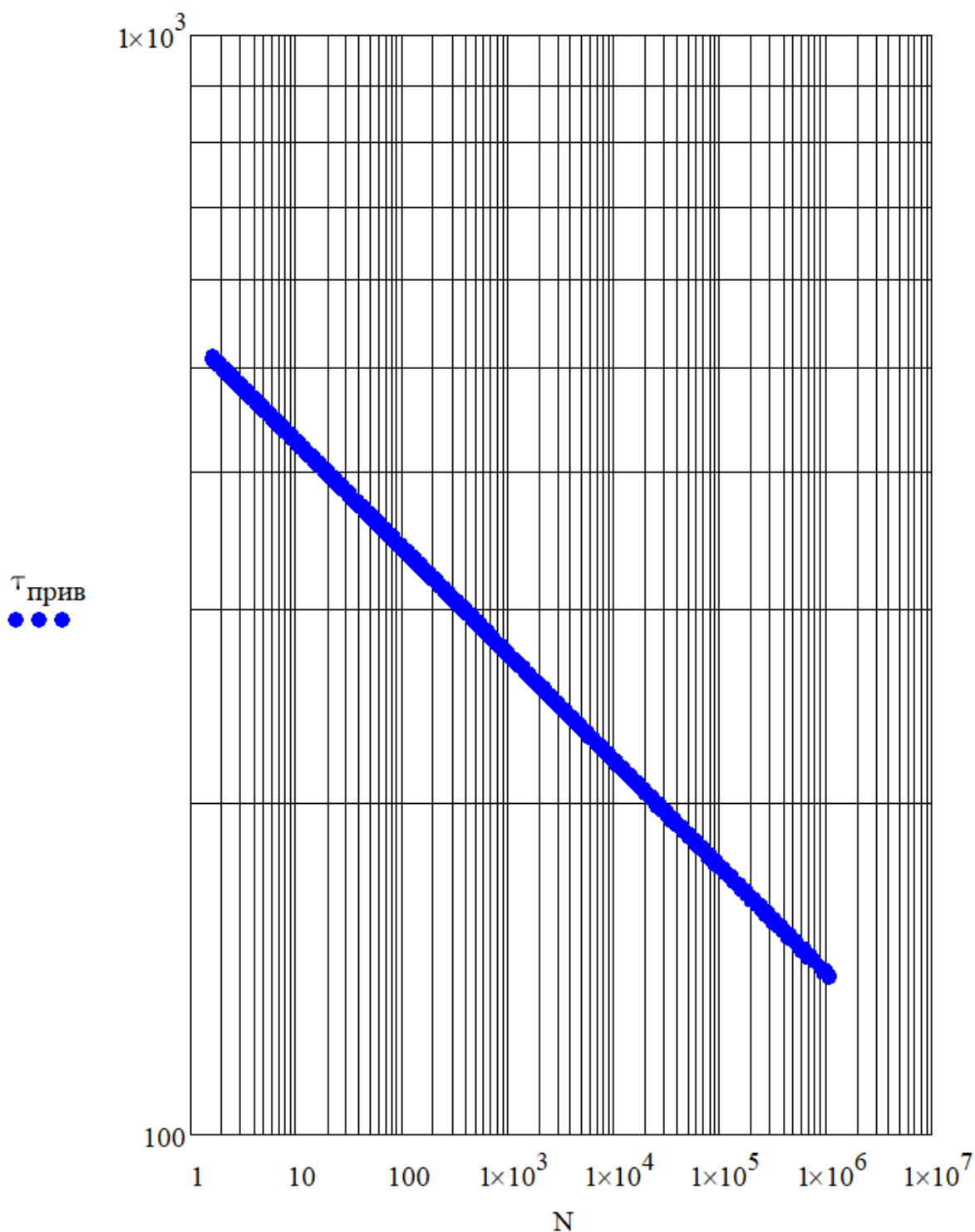


Рисунок 3. Наклонный участок диаграммы Вёллера:

$lg \tau_{прив}$  – логарифмическая ось амплитуд циклов;

$lg N$  – логарифмическая ось чисел циклов

Результаты второго опыта – точечные диаграммы распределения случайной величины предела прочности  $\sigma_b$ , случайных величин параметров кривой усталости  $\tau_{-1гал}$ ,  $N_G$ ,  $m$ , и случайной величины  $\tau_{aприв}$ , построенные для визуализации последовательности статистического моделирования циклического ресурса кольцевой галтели рабочего вала  $N_{цик}$  (рис. 4 – 9):

$$\sigma_B := 510$$

$$S_{\sigma_B} := 51$$

$$\sigma_{B\_индекс} := \text{norm}(1000, \sigma_B, S_{\sigma_B})$$

$$\text{индекс} := 1 .. 1000$$

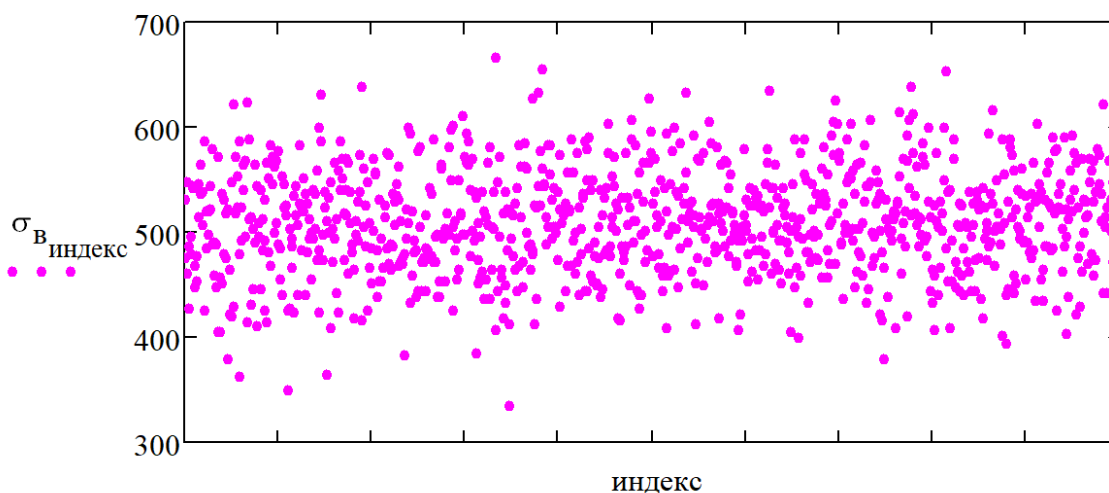


Рисунок 4. Точечная диаграмма нормального распределения  $\sigma_B$  [МПа]: 1000 розыгрышей методом Монте-Карло

$$K := 1.1$$

$$\tau_{-1гал\_индекс} := \frac{0.6 \cdot \left[ \left( 0.55 - 0.0001 \cdot \sigma_{B\_индекс} \right) \cdot \sigma_{B\_индекс} \right]}{K}$$

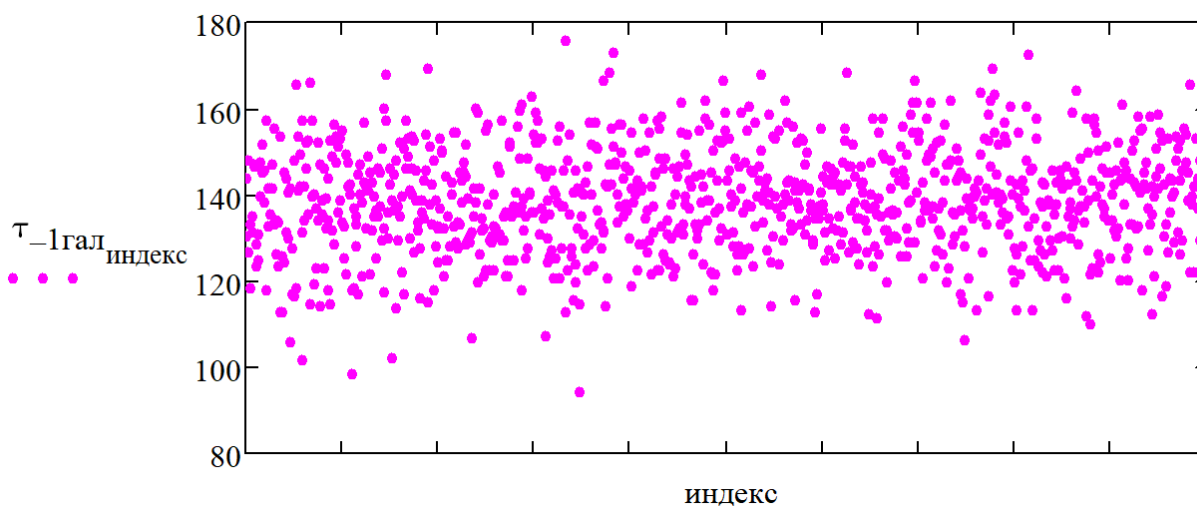


Рисунок 5. Точечная диаграмма распределения  $\tau_{-1гал}$  [МПа]

$$N_G := \text{runif}(1000, 1 \cdot 10^6, 3 \cdot 10^6)$$

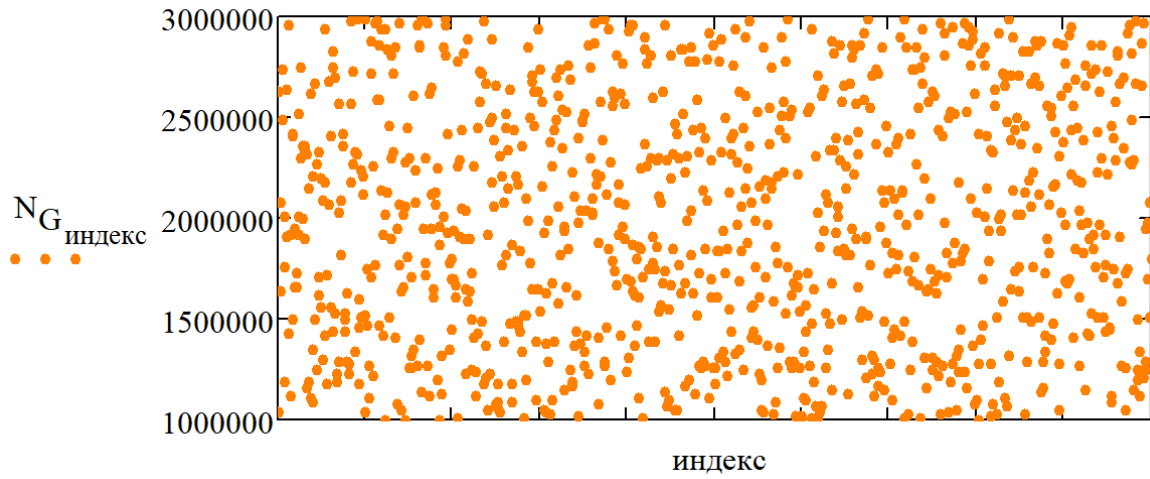


Рисунок 6. Точечная диаграмма равномерного распределения  $N_G$  [циклов]: 1000 розыгрышей методом Монте-Карло

$$m_{\text{индекс}} := \frac{5 + \frac{\sigma_{V_{\text{индекс}}}}{80}}{K}$$

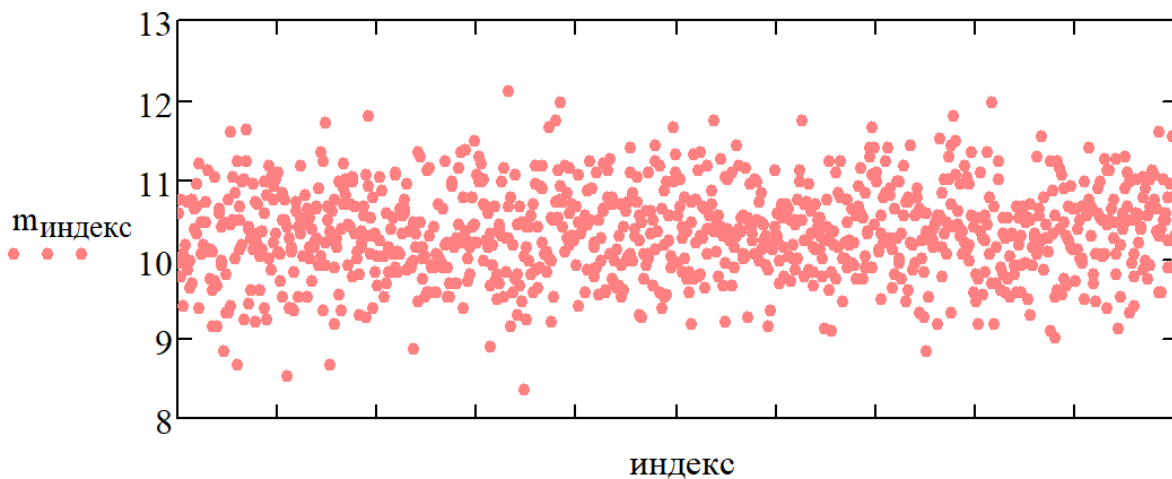


Рисунок 7. Точечная диаграмма распределения  $m$

$$\tau_a := 310$$

$$\tau_m := 201$$

$$\tau_{\text{прив индекс}} := \tau_a + \frac{0.01 + 10^{-4} \cdot \sigma_{\text{В индекс}}}{K} \cdot \tau_m$$

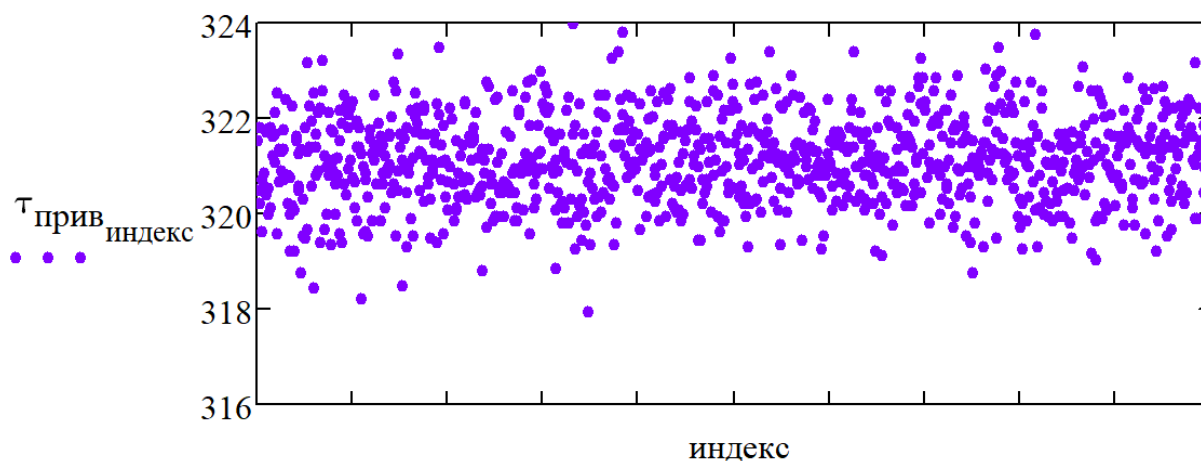


Рисунок 8. Точечная диаграмма распределения  $\tau_{a \text{ прыв}}$  [МПа]

$$N_{\text{цик индекс}} := \frac{\left(\tau_{-1\text{гал индекс}}\right)^{m_{\text{индекс}}} \cdot N_{G \text{ индекс}}}{\left(\tau_{\text{прив индекс}}\right)^{m_{\text{индекс}}}}$$

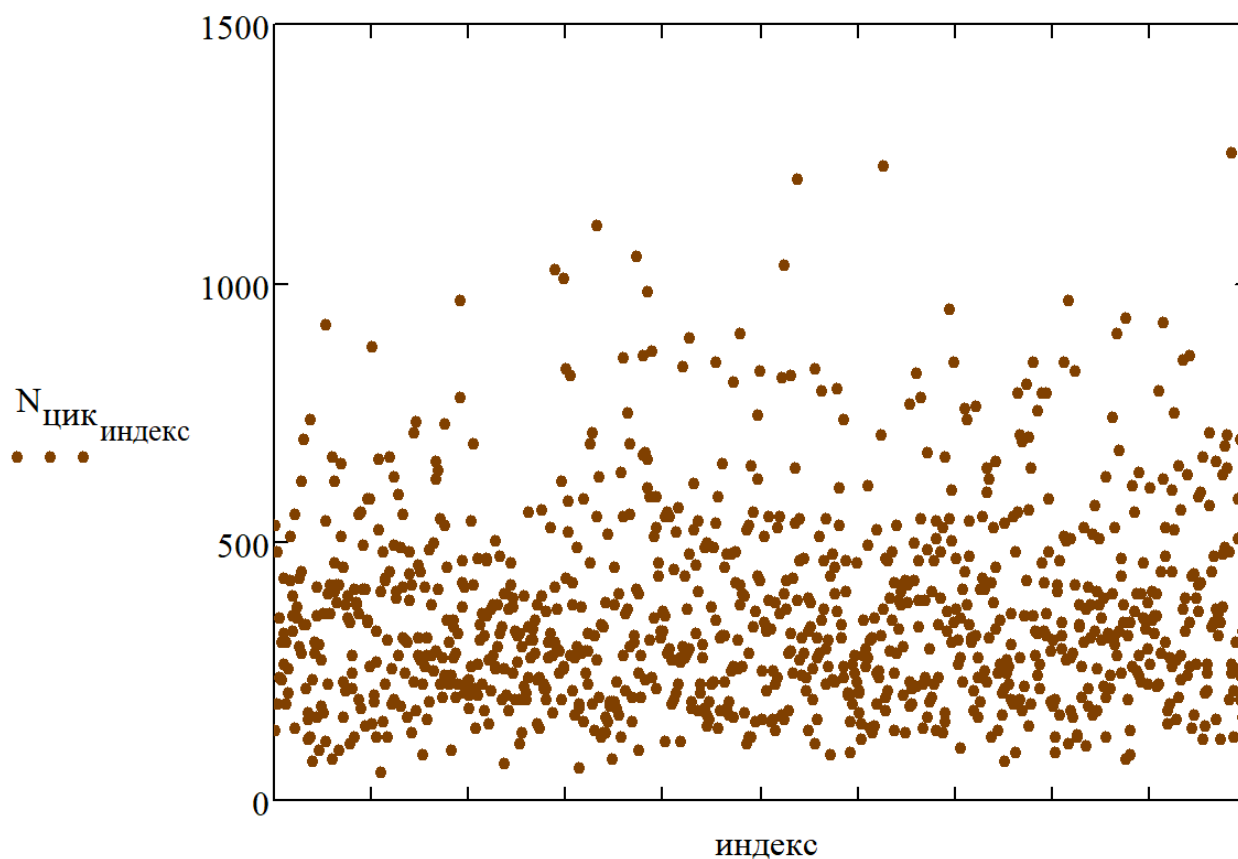


Рисунок 9. Точечная диаграмма распределения  $N_{\text{цикл}}$  [циклов]

Исходные материалы для третьего опыта — гистограмма и полигон распределения случайной величины  $N_{\text{цикл}}$ , построенные для дальнейшей статистической обработки, например для проверки гипотезы о предполагаемом нормальном или каком-то другом распределении случайной величины  $N_{\text{цикл}}$  (рис. 10):

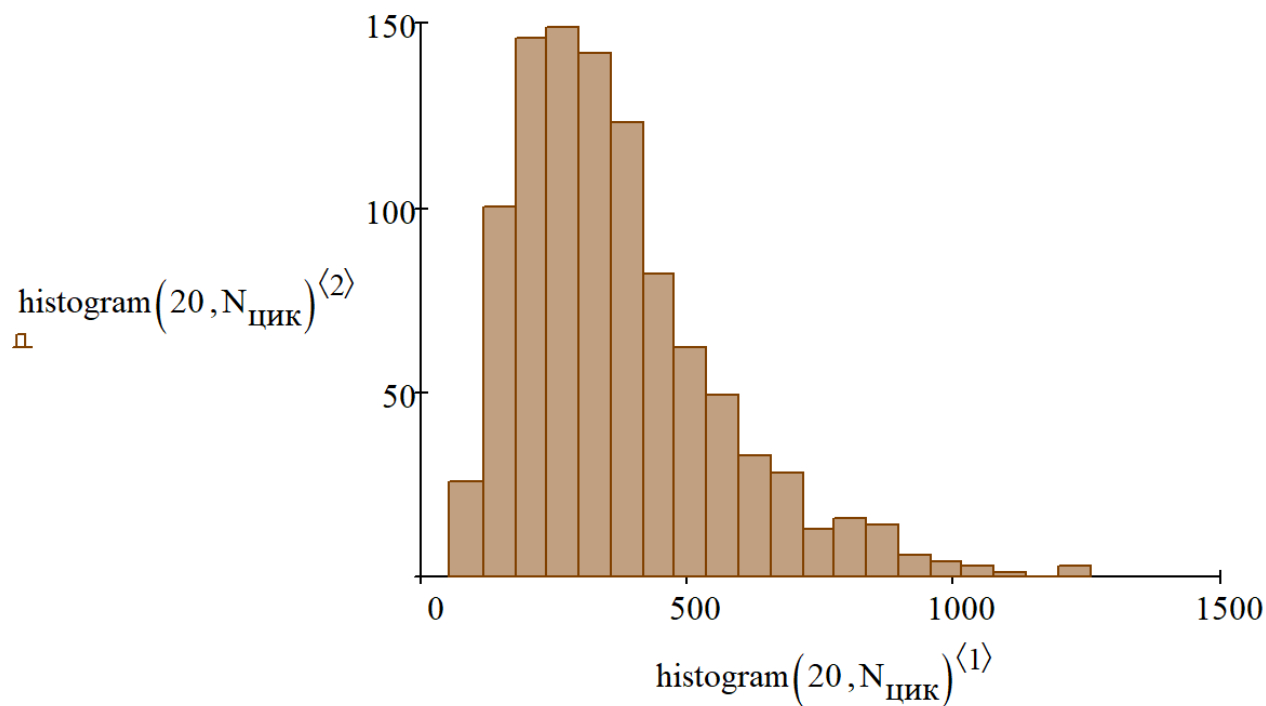


Рисунок 10. Гистограмма распределения  $N_{\text{цик}}$ : разбиение на 20 столбцов одинаковой ширины

полигон :=  $\text{histogram}(20, N_{\text{цик}})$

полигон =	85	26	ресурс :=	85	частота :=	26
	145	100		145		100
	205	146		205		146
	265	149		265		149
	325	142		325		142
	385	123		385		123
	445	82		445		82
	505	62		505		62
	564	49		564		49
	624	33		624		33
	684	28		684		28
	744	13		744		13
	804	16		804		16
	864	14		864		14
	924	6		924		6
	984	4		984		4
	1044	3		1044		3
1104	1	1104	1			
1163	0	1163	0			
1223	3	1223	3			

### Заключение

Вышеприведенные результаты теоретических исследований будут востребованы студентами кафедры МТ-10 «Оборудование и технологии прокатки», обучающимися по специальности «Проектирование технологических машин и комплексов», при прохождении ими лабораторного практикума [1, 2, 3].

### Список литературы:

1. Мальцев А.А., Беляков Ю.И. Разработка концепции первой виртуальной лабораторной работы по дисциплине «ОДиН МО». – [Электронный ресурс] Оригинальные исследования (ОРИС). 2022. Т.12, №9. С.87–97. – Режим доступа: <https://ores.su/ru/journals/oris-jrn/2022-oris-9-2022/a230796>
2. Мальцев А.А., Беляков Ю.И. Разработка концепции второй виртуальной лабораторной работы по дисциплине «ОДиН МО». – [Электронный ресурс] Оригинальные исследования (ОРИС). 2022. Т.12, №10. С.199–212. – Режим доступа: <https://ores.su/ru/journals/oris-jrn/2022-oris-10-2022/a230826>
3. Мальцев А.А. Разработка концепции третьей виртуальной лабораторной работы по дисциплине «ОДиН МО». – [Электронный ресурс] Оригинальные исследования

(ОРИС). 2022. Т.12, №11. С.459–466. – Режим доступа:  
<https://ores.su/ru/journals/oris-jrn/2022-oris-11-2022/a230902>

**References:**

1. A.A. Maltsev, Y.I. Belyakov. Development of the concept of the first virtual laboratory work on the discipline "ОДИН МО". – [Electronic resource] Original research (ORIS). 2022. Vol.12, #9. P.87–97. – Access mode: <https://ores.su/ru/journals/oris-jrn/2022-oris-9-2022/a230796>
2. A.A. Maltsev, Y.I. Belyakov. Development of the concept of the second virtual laboratory work on the discipline "ОДИН МО". – [Electronic resource] Original research (ORIS), 2022, Vol.12, #10. – P.199–212. – Access mode: <https://ores.su/ru/journals/oris-jrn/2022-oris-10-2022/a230826> [in Russian].
3. A.A. Maltsev. Development of the concept of the third virtual laboratory work on the discipline "ОДИН МО". – [Electronic resource] Original research (ORIS), 2022, Vol.12, #11. P.459–466. – Access mode: <https://ores.su/ru/journals/oris-jrn/2022-oris-11-2022/a230902>