

УДК 621.771

**РАЗРАБОТКА КОНЦЕПЦИИ ПЕРВОЙ ВИРТУАЛЬНОЙ
ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ОДИН МО»****Андрей Анатольевич Мальцев**доцент кафедр ФН-7 и МТ-10 МГТУ им Н.Э. Баумана
e-mail: a.a.mal@bmstu.ru**Юрий Иванович Беляков**доцент кафедры ФН-7 МГТУ им Н.Э. Баумана
e-mail: belpmm@mail.ru**Аннотация**

Приведена точка зрения на организацию выполнения в компьютерном классе лабораторной работы на тему «Моделирование крутильных колебаний электропривода рабочих валков прокатного стана» по учебной дисциплине «Основы динамики и надежности металлургического оборудования» студентами, обучающимися по специальности «Проектирование технологических машин и комплексов».

Ключевые слова: электропривод, моделирование, металлургия, лабораторная работа.

**DEVELOPMENT OF THE CONCEPT OF THE FIRST VIRTUAL
LABORATORY WORK ON THE DISCIPLINE "ОДИН МО"****Andrey A. Maltsev**associate professor of BMSTU ФН-7 and МТ-10 departments
e-mail: a.a.mal@bmstu.ru**Yuri I. Belyakov**associate professor of BMSTU ФН-7 department
e-mail: belpmm@mail.ru**ABSTRACT**

The point of view is given on the organization of laboratory work in the computer class on the topic "Modeling of torsional vibrations of the electric drive of the rolling mill working rolls" in the academic discipline "Fundamentals of dynamics and reliability of metallurgical equipment" by students studying in the specialty "Design of technological machines and complexes".

Keywords: electric drive, modeling, metallurgy, laboratory work.

Актуальность и цель исследования

На стадии проектирования новых технологических машин и комплексов ввиду физического отсутствия оборудования исключена возможность проведения практических (тензометрических) экспериментов, что сильно затрудняет дальнейшее статистическое прогнозирование ресурса работы деталей и узлов электроприводов. В этом случае остается только теоретический путь получения хотя бы приблизительной информации о динамических нагрузках в трансмиссиях – математическое (компьютерное) моделирование.

Цель исследования – разработка методических указаний к выполнению первой лабораторной работы на тему «Моделирование крутильных колебаний электропривода рабочих валков прокатного стана» по учебной дисциплине «Основы динамики и надежности металлургического оборудования» [1].

В качестве прототипа проектируемого технологического комплекса может быть выбран 12-клетевой широкополосный стан 2000. Черновая группа состоит из пяти клеток: одной клетки дуо с горизонтальными рабочими валками и четырех универсальных клеток с горизонтальными валками диаметром 1600 мм и вертикальными валками диаметром 1000 мм. Чистовая непрерывная группа включает семь прокатных клеток кварто с рабочими валками диаметром 800 мм и диаметром опорных валков 1600 мм. Кроме клеток в состав оборудования прокатного стана входят нагревательные печи, черновой и чистовой окатиноломатели, летучие барабанные ножницы, моталки для полосы, поворотный стол для рулонов, тележка с кантователем рулонов, транспортеры рулонов, промежуточный и отводящие рольганги. Заготовка стана – непрерывнолитой сляб толщиной до 300 мм, длиной до 10,5 м и массой от 15 до 20 тонн из углеродистых и низколегированных сталей. Продукция стана – горячекатаная рулонная полосовая сталь толщиной от 1,2 до 16 мм и шириной от 1000 до 1850 мм.

В задании на выполнение лабораторной работы будут предусмотрены различные варианты компоновки электропривода рабочих валков шестой клетки широкополосного стана 2000.

Первый вариант – электропривод с тандемом электродвигателей без редуктора (рис. 1).

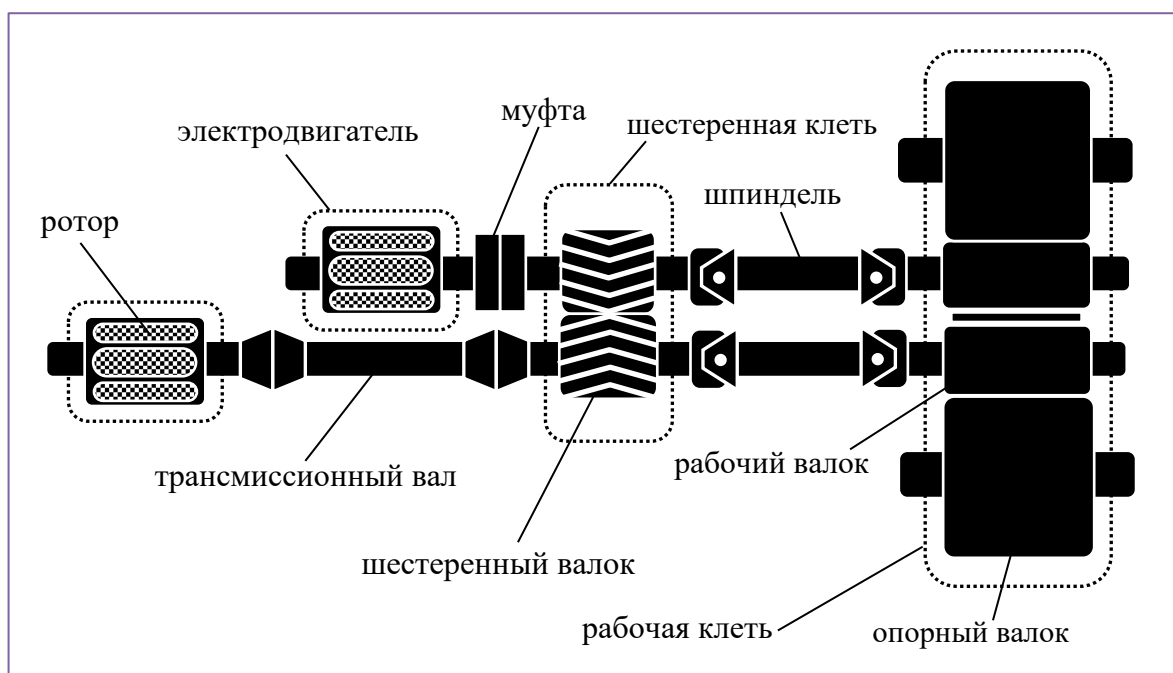


Рисунок 1. Первый вариант компоновки электропривода

Второй вариант — электропривод с комбинированным двухступенчатым редуктором (рис. 2).

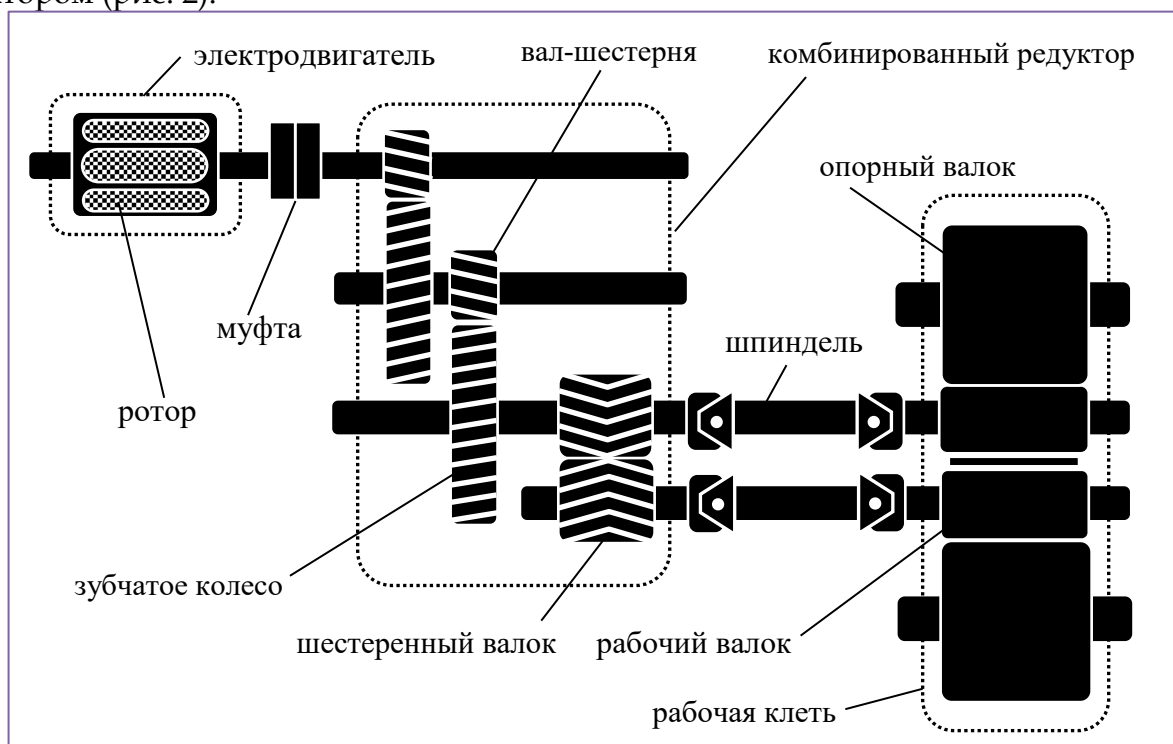


Рисунок 2. Второй вариант компоновки электропривода

Третий вариант — электропривод с мотор-редуктором (рис. 3).

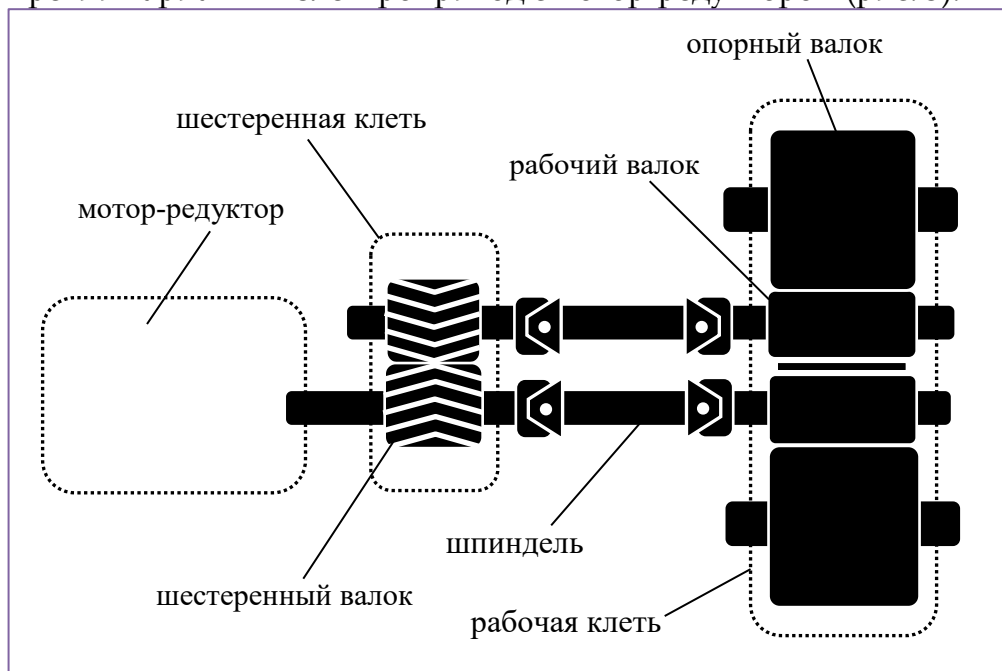


Рисунок 3. Третий вариант компоновки электропривода

Из физики известно, что крутильными называются такие колебания, при которых твердое тело, подвешенное на невесомой вертикальной нити, совершает колебания в горизонтальной плоскости.

В начале процесса прокатки заготовки ее передний конец на большой скорости ударяется о рабочие валки — это первая причина возникновения крутильных колебаний валопровода. Электродвигатель потребляет из сети электроэнергию и преобразует ее в

механическую энергию вращательного движения ротора, валопровода и прокатных валков. Неравномерность вращения ротора электродвигателя – вторая причина, вызывающая крутильные колебания.

Крутильные колебания в электроприводе рабочих валков прокатного стана крайне нежелательны, поскольку они всегда вызывают повышенный износ, а иногда и усталостное разрушение деталей оборудования, оказывают негативное влияние на технологический процесс производства металлопроката и качество выпускаемой продукции [2].

Материал и методы исследования

Для того, чтобы обосновать значение опытов, объяснить методику получения результатов, в методических указаниях к лабораторной работе необходимо будет привести теоретическую часть, в которой следует особо отметить, что метод математического моделирования не предполагает достаточно трудоемкого изготовления макета электропривода будущего прокатного стана, не потребует дополнительных финансовых затрат на приобретение фирменной тензометрической аппаратуры и открывает неограниченную возможность многократного варьирования в широком диапазоне любого параметра, например осевого момента инерции ротора электродвигателя.

Фундаментом современной динамики является классическая механика Ньютона, с точки зрения которой исследуемый валопровод электропривода рабочих валков шестой клетки широкополосного стана 2000 представляет собой сложную механическую систему, состоящую из твердых макроскопических физических тел, каждое из которых образовано множеством материальных точек.

В 1788 году Лагранж переформулировал классическую механику и ввел Лагранжиан $L(q_i, \dot{q}_i, t)$, где t – время, q_i – обобщенные координаты (точкой обозначено дифференцирование по времени), $i = 1, 2, \dots, n$, где n – число степеней свободы системы. Пример обобщенной координаты – угол, определяющий местоположение точки, движущейся по окружности.

Дифференциальные уравнения Лагранжа 2 рода имеют вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i,$$

где T – кинетическая энергия механической системы; Q_i – обобщенная сила.

Уравнения Лагранжа в механике выводятся из законов динамики Эйлера – баланса количества движения и момента количества движения при определённых ограничениях на систему: в ней должны присутствовать лишь идеальные голономные связи.

Пусть на основании выбранного варианта схемы компоновки электропривода студентом построена 4-массовая математическая (динамическая) крутильно-колебательная модель (рис. 4).

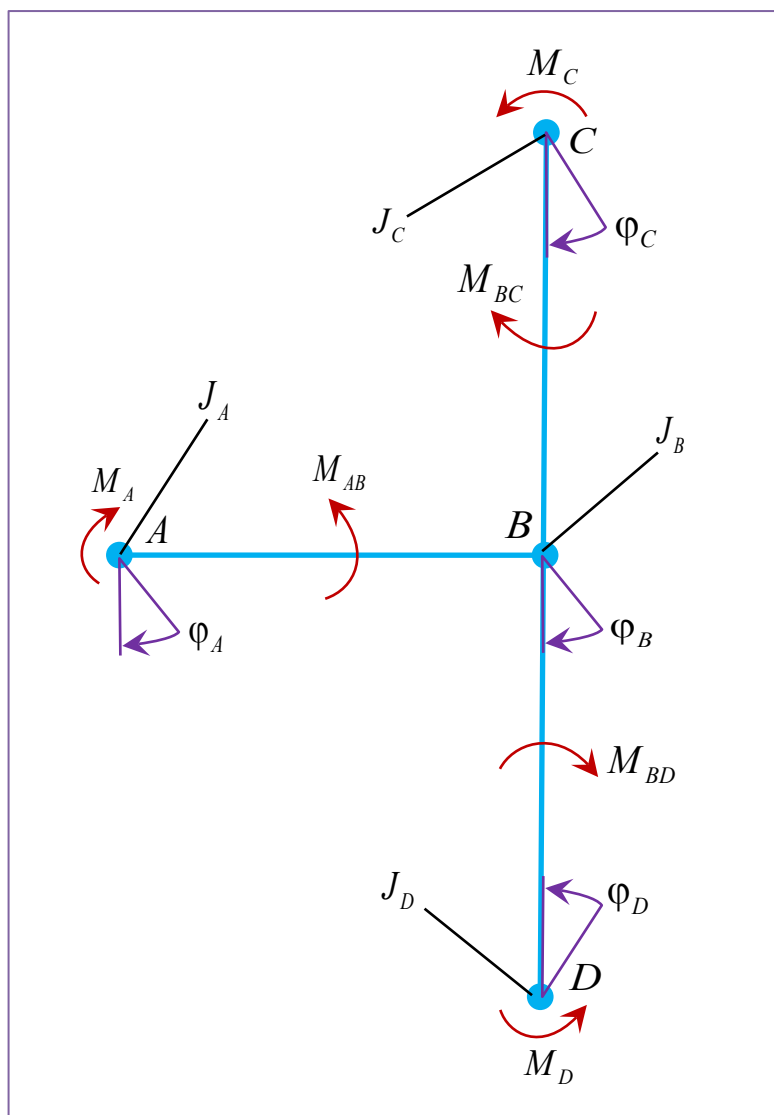


Рисунок 4. Расчетная схема математической крутильно-колебательной модели электропривода:

A, B, C и D – сосредоточенные массы;

J_A, J_B, J_C и J_D – моменты инерции;

$\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ и φ_D – угловые координаты;

M_A, M_C и M_D – внешние крутящие моменты;

M_{AB}, M_{BC} и M_{BD} – упругие крутящие моменты в связях AB, BC и BD

Тогда количество уравнений Лагранжа 2 рода будет равно четырем – числу сосредоточенных масс (или числу степеней свободы системы):

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_A} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_A} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_A} = M_A ; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_B} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_B} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_B} = M_B ; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_C} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_C} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_C} = M_C ; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_D} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_D} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_D} = M_D , \end{cases}$$

где T – кинетическая энергия; Π – потенциальная энергия; M_A, M_B, M_C и M_D – внешние моменты.

Из дифференциальных уравнений Лагранжа 2 рода вытекают дифференциальные уравнения движения крутильно-колебательной модели электропривода:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_A \frac{d^2 \varphi_A(t)}{dt^2} + M_{AB}(t) = M_A(t); \\ J_B \frac{d^2 \varphi_B(t)}{dt^2} - M_{AB}(t) + M_{BC}(t) + M_{BD}(t) = 0; \\ J_C \frac{d^2 \varphi_C(t)}{dt^2} - M_{BC}(t) = -M_C(t); \\ J_D \frac{d^2 \varphi_D(t)}{dt^2} - M_{BD}(t) = -M_D(t), \end{array} \right.$$

где M_{AB}, M_{BC}, M_{BD} – упругие крутящие моменты;

$$M_{AB}(t) = C_{AB}[\varphi_A(t) - \varphi_B(t)];$$

$$M_{BC}(t) = C_{BC}[\varphi_B(t) - \varphi_C(t)];$$

$$M_{BD}(t) = C_{BD}[\varphi_B(t) - \varphi_D(t)],$$

где C_{AB}, C_{BC}, C_{BD} – угловые (крутильные) жесткости связей.

С учетом диссипации энергии в узлах электропривода, вызванной трением деталей друг о друга, упругие крутящие моменты записаны так:

$$\begin{aligned} M_{AB}(t) &= C_{AB}[\varphi_A(t) - \varphi_B(t)] + \beta_{AB} \left[\frac{d\varphi_A(t)}{dt} - \frac{d\varphi_B(t)}{dt} \right]; \\ M_{BC}(t) &= C_{BC}[\varphi_B(t) - \varphi_C(t)] + \beta_{BC} \left[\frac{d\varphi_B(t)}{dt} - \frac{d\varphi_C(t)}{dt} \right]; \\ M_{BD}(t) &= C_{BD}[\varphi_B(t) - \varphi_D(t)] + \beta_{BD} \left[\frac{d\varphi_B(t)}{dt} - \frac{d\varphi_D(t)}{dt} \right], \end{aligned}$$

где $\beta_{AB}, \beta_{BC}, \beta_{BD}$ – коэффициенты демпфирования.

Диссипация (рассеяние) энергии – явление перехода части кинетической энергии механической системы в теплоту. Диссипация энергии пропорциональна угловой скорости крутильных колебаний. Чем большие значения принимают коэффициенты демпфирования, тем быстрее затухают крутильные колебания в электроприводе.

Требуется решить задачу Коши для системы из четырех дифференциальных уравнений второго порядка и найти значения угловых координат $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ и φ_D на временном интервале $t \in [0, T_n]$, где T_n – момент времени окончания прокатки заготовки. Найденное решение должно удовлетворять начальным условиям.

В начальный момент времени (непосредственно перед захватом заготовки рабочими валками) отсутствуют крутильные колебания, поэтому начальные угловые координаты и начальные угловые скорости масс равны нулю:

$$\begin{aligned} \varphi_A(0) &= 0; \\ \varphi_B(0) &= 0; \\ \varphi_C(0) &= 0; \\ \varphi_D(0) &= 0; \\ \frac{d\varphi_A(0)}{dt} &= 0; \\ \frac{d\varphi_B(0)}{dt} &= 0; \\ \frac{d\varphi_C(0)}{dt} &= 0; \\ \frac{d\varphi_D(0)}{dt} &= 0. \end{aligned}$$

Для учета люфтов $\Delta_{AB}, \Delta_{BC}, \Delta_{BD}$ введены углы закручивания упругих связей:

$$\psi_{AB}(t) = \begin{cases} \varphi_A(t) - \varphi_B(t) - \frac{\Delta_{AB}}{2}, & \text{при } \varphi_A(t) - \varphi_B(t) \geq \frac{\Delta_{AB}}{2}; \\ 0, & \text{при } -\frac{\Delta_{AB}}{2} < \varphi_A(t) - \varphi_B(t) < \frac{\Delta_{AB}}{2}; \\ \varphi_A(t) - \varphi_B(t) + \frac{\Delta_{AB}}{2}, & \text{при } \varphi_A(t) - \varphi_B(t) \leq -\frac{\Delta_{AB}}{2}; \end{cases}$$

$$\psi_{BC}(t) = \begin{cases} \varphi_B(t) - \varphi_C(t) - \frac{\Delta_{BC}}{2}, & \text{при } \varphi_B(t) - \varphi_C(t) \geq \frac{\Delta_{BC}}{2}; \\ 0, & \text{при } -\frac{\Delta_{BC}}{2} < \varphi_B(t) - \varphi_C(t) < \frac{\Delta_{BC}}{2}; \\ \varphi_B(t) - \varphi_C(t) + \frac{\Delta_{BC}}{2}, & \text{при } \varphi_B(t) - \varphi_C(t) \leq -\frac{\Delta_{BC}}{2}; \end{cases}$$

$$\psi_{BD}(t) = \begin{cases} \varphi_B(t) - \varphi_D(t) - \frac{\Delta_{BD}}{2}, & \text{при } \varphi_B(t) - \varphi_D(t) \geq \frac{\Delta_{BD}}{2}; \\ 0, & \text{при } -\frac{\Delta_{BD}}{2} < \varphi_B(t) - \varphi_D(t) < \frac{\Delta_{BD}}{2}; \\ \varphi_B(t) - \varphi_D(t) + \frac{\Delta_{BD}}{2}, & \text{при } \varphi_B(t) - \varphi_D(t) \leq -\frac{\Delta_{BD}}{2}. \end{cases}$$

Внешние электромагнитный момент двигателя M_A и моменты технологического сопротивления M_C и M_D , приложенные к верхнему и нижнему рабочим валкам (без учета асимметрии нагружения) заданы как экспоненциальные функции времени t :

$$M_A(t) = M_{эд} \eta \left[1 - e^{-\frac{t}{0,45 T_{зах}}} \right];$$

$$M_C(t) = M_{п} \left[1 - e^{-\frac{t}{0,45 T_{зах}}} \right];$$

$$M_D(t) = M_{п} \left[1 - e^{-\frac{t}{0,45 T_{зах}}} \right],$$

где $M_{эд}$ – установившийся момент электродвигателя;

$$M_{эд} = 2M_{п}/\eta;$$

$M_{п}$ – момент прокатки на один рабочий валок; η – КПД линии электропривода; $T_{зах}$ – продолжительность захвата заготовки рабочими валками;

$$T_{зах} = \frac{\alpha_{зах}}{\omega} = \frac{\sqrt{R \Delta h}}{v};$$

$\alpha_{зах}$ – угол захвата заготовки рабочими валками; ω, v – угловая и линейная скорости вращения рабочих валков; R – радиус рабочих валков; Δh – абсолютное обжатие заготовки.

Для программирования на ЭВМ уравнения движения крутильно-колебательной модели электропривода удобно представить в векторно-матричной форме записи:

$$\begin{bmatrix} J_A \frac{d^2 \varphi_A(t)}{dt^2} \\ J_B \frac{d^2 \varphi_B(t)}{dt^2} \\ J_C \frac{d^2 \varphi_C(t)}{dt^2} \\ J_D \frac{d^2 \varphi_D(t)}{dt^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{AB}(t) \\ -M_{AB}(t) + M_{BC}(t) + M_{BD}(t) \\ -M_{BC}(t) \\ -M_{BD}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_A(t) \\ 0 \\ -M_C(t) \\ -M_D(t) \end{bmatrix},$$

ИЛИ

$$[A] \cdot \begin{bmatrix} \frac{d^2\varphi_A(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2\varphi_B(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2\varphi_C(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2\varphi_D(t)}{dt^2} \end{bmatrix} + [B] \cdot \begin{bmatrix} \frac{d\varphi_A(t)}{dt} \\ \frac{d\varphi_B(t)}{dt} \\ \frac{d\varphi_C(t)}{dt} \\ \frac{d\varphi_D(t)}{dt} \end{bmatrix} + [C] \cdot \begin{bmatrix} \varphi_A(t) \\ \varphi_B(t) \\ \varphi_C(t) \\ \varphi_D(t) \end{bmatrix} = [M],$$

ИЛИ

$$\begin{bmatrix} J_A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{d^2\varphi_A(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2\varphi_B(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2\varphi_C(t)}{dt^2} \\ \frac{d^2\varphi_D(t)}{dt^2} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \beta_{AB} & -\beta_{AB} & 0 & 0 \\ -\beta_{AB} & \beta_{AB} + \beta_{BC} + \beta_{BD} & -\beta_{BC} & -\beta_{BD} \\ 0 & -\beta_{BC} & \beta_{BC} & 0 \\ 0 & -\beta_{BD} & 0 & \beta_{BD} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{d\varphi_A(t)}{dt} \\ \frac{d\varphi_B(t)}{dt} \\ \frac{d\varphi_C(t)}{dt} \\ \frac{d\varphi_D(t)}{dt} \end{bmatrix} =$$

$$+ \begin{bmatrix} C_{AB} & -C_{AB} & 0 & 0 \\ -C_{AB} & C_{AB} + C_{BC} + C_{BD} & -C_{BC} & -C_{BD} \\ 0 & -C_{BC} & C_{BC} & 0 \\ 0 & -C_{BD} & 0 & C_{BD} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_A(t) \\ \varphi_B(t) \\ \varphi_C(t) \\ \varphi_D(t) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} M_{эд}\eta \left[1 - e^{-\frac{t}{0,45 T_{зак}}} \right] \\ 0 \\ -M_{п} \left[1 - e^{-\frac{t}{0,45 T_{зак}}} \right] \\ -M_{п} \left[1 - e^{-\frac{t}{0,45 T_{зак}}} \right] \end{bmatrix}.$$

Дискретная крутильно-колебательная модель электропривода шестой клетки широкополосного стана 2000 должна иметь структуру, разветвленную в направлении от ротора электродвигателя к каждому рабочему валку, что позволит учесть упругую ($C_{BC} \neq C_{BD}$), диссипативную ($\beta_{BC} \neq \beta_{BD}$) и люфтовую ($\Delta_{BC} \neq \Delta_{BD}$) асимметрию нагружения параллельно работающим верхней ВС и нижней ВD ветвей валопровода.

Авторы выражают глубокую благодарность преподавателю МГТУ им. Н.Э. Баумана Яковлеву Рудольфу Андреевичу за предоставленные параметры динамической модели шестой рабочей клетки широкополосного стана 2000 Новолипецкого металлургического комбината, численные значения которых были взяты из литературного источника [3] в качестве исходных данных для пробного варианта лабораторной работы (табл. 1).

Таблица 1. Параметры математической модели

Параметр	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Осевые моменты инерции			
Масса А	J_A	Var	кг · м ²
Масса В	J_B	19 014	кг · м ²
Масса С	J_C	13 115	кг · м ²
Масса D	J_D	13 115	кг · м ²
Крутильные жесткости			
Связь АВ	C_{AB}	$472 \cdot 10^6$	Н · м/рад
Связь ВС	C_{BC}	$250 \cdot 10^6$	Н · м/рад
Связь ВD	C_{BD}	$270 \cdot 10^6$	Н · м/рад
Коэффициенты демпфирования			
Связь АВ	β_{AB}	$60 \cdot 10^3$	Н · м · с/рад
Связь ВС	β_{BC}	$60 \cdot 10^3$	Н · м · с/рад
Связь ВD	β_{BD}	$60 \cdot 10^3$	Н · м · с/рад
Люфты			
Связь АВ	Δ_{AB}	0,005	рад
Связь ВС	Δ_{BC}	0,015	рад
Связь ВD	Δ_{BD}	0,015	рад
Параметры для вычисления внешних моментов			
Момент прокатки	M_{Π}	$750 \cdot 10^3$	Н · м
КПД валопровода	η	0,86	нет
Радиус рабочих валков	R	$400 \cdot 10^{-3}$	м
Абсолютное обжатие заготовки	Δh	$16 \cdot 10^{-3}$	м
Скорость прокатки заготовки	v	2	м/с
Время прокатки заготовки	T_{Π}	10	с

Необходимо отметить, что на стадии проектирования нового технологического комплекса инерционно-упругие характеристики его деталей и узлов как правило неизвестны, но в при необходимости могут быть идентифицированы с приемлемой погрешностью по сборочным и детализировочным чертежам или по каталожным данным. Так, осевой момент инерции ротора электродвигателя может быть найден по каталогу на этот электродвигатель.

Результаты исследования и выводы

Студенты, владеющие основными методами, способами и средствами получения, хранения и переработки информации, а также имеющие навыки работы с компьютером как средством управления информацией, будут в состоянии под руководством преподавателя запрограммировать математическую модель в среде Simulink или в среде MathCAD.

Планируемые результаты выполнения первой виртуальной лабораторной работы будут представлены ими в отчетах как графики $M_{AB}(t)$, $M_{BC}(t)$, $M_{BD}(t)$, по которым могут

быть визуально определены коэффициенты динамичности и частоты колебаний, характер и продолжительность переходных процессов при различных условиях, например при варьировании в широком диапазоне осевого момента инерции ротора электродвигателя (рис. 5).

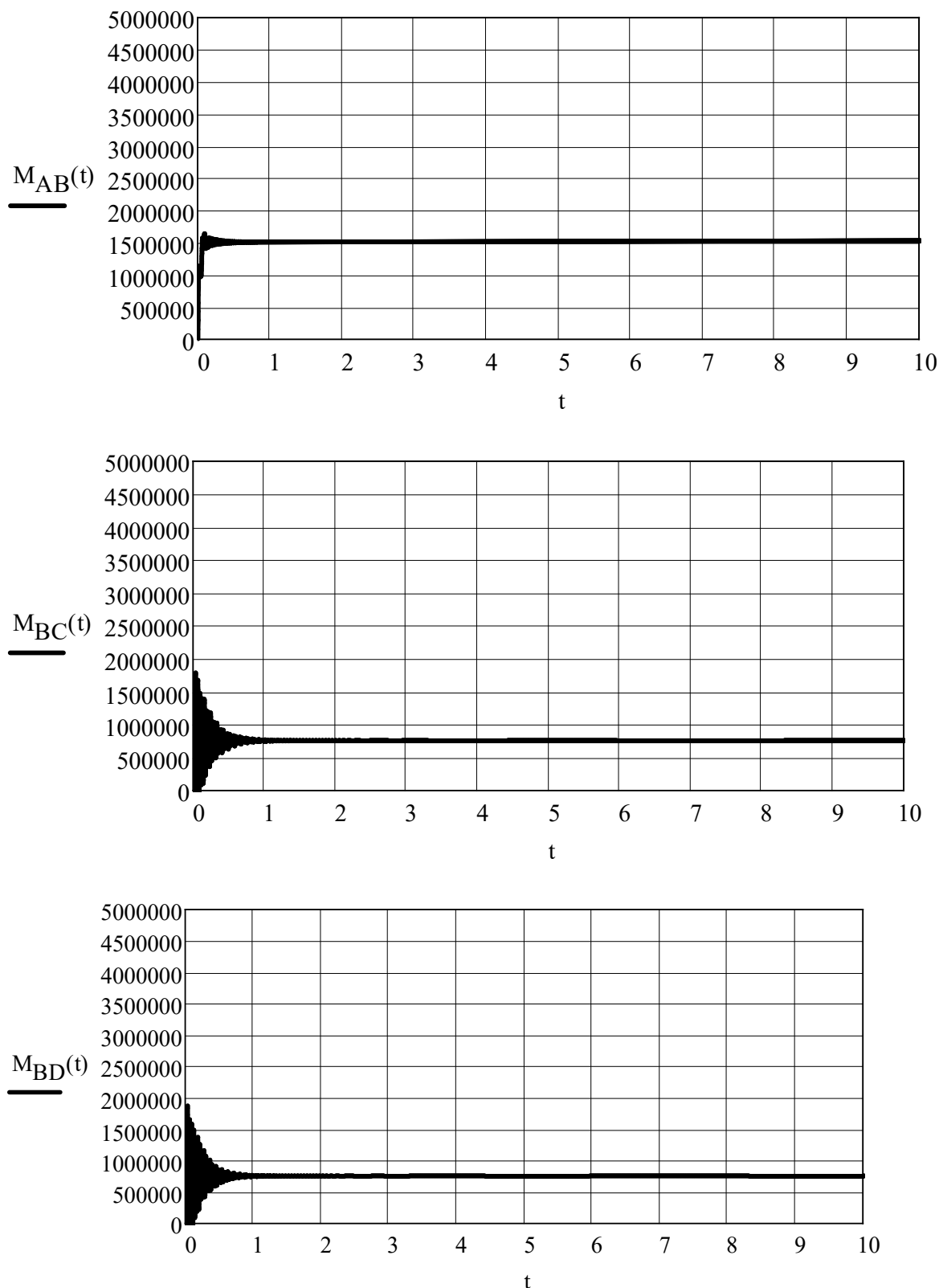


Рисунок 5. Компьютерные графики упругих моментов при $J_A = 1\,000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

Опытным путем будет установлено, что сокращение времени захвата заготовки рабочими валками $T_{\text{зах}}$, которое при известном радиусе рабочих валков зависит от скорости

прокатки v и величины абсолютного обжатия заготовки Δh , сильно повышает коэффициент динамичности. Увеличение значений крутильных жесткостей (C_{AB}, C_{BC} и C_{BD}) вызывает рост частоты колебаний. Значительное увеличение значений коэффициентов демпфирования (β_{AB}, β_{BC} и β_{BD}) всегда приводит к быстрому затуханию или даже полному подавлению крутильных колебаний. Существенное увеличение величин люфтов (Δ_{AB}, Δ_{BC} и Δ_{BD}) заметно повышает коэффициент динамичности (K_{AB}, K_{BC} и K_{BD}).

Таким образом, полученные компьютерные графики изменения моментов сил упругости (M_{AB}, M_{BC} и M_{BD}) на временном интервале $t \in [0, T_{II}]$ послужат наглядным доказательством адекватного поведения крутильно-колебательной модели при варьировании момента инерции ротора электродвигателя и любых других ее параметров.

Заключение

Разработанная авторами концепция компьютерной лабораторной работы №1 по основам динамики и надежности металлургического оборудования в первую очередь направлена на формирование у студентов кафедры МТ-10 профессиональной компетенции с формулировкой «Способность использовать современные методы моделирования, исследования и расчетов технологических комплексов в металлургическом производстве». Кроме того, выполнение лабораторной работы направлено на устранение разрыва между теорией (математические методы классической механики), изученной студентами на младших курсах, и ее практическим применением в учебном конструировании новых прокатных машин при выполнении студенческой научно-исследовательской работы (НИРС) и дипломного проекта.

Список литературы:

1. Мальцев А.А. Разработка парадигмы электронного учебника по дисциплине «Основы динамики и надежности металлургического оборудования». – [Электронный ресурс] Оригинальные исследования (ОРИС). 2022. Т.12, №8. С.140–148. – Режим доступа: <https://ores.su/ru/journals/oris-jrn/2022-oris-8-2022/a230764>
2. Иванченко Ф.К., Красношарпа В.А. Динамика металлургических машин. – Москва: Металлургия, 1983. – 295 с.
3. Яковлев Р.А. Асимметричное нагружение прокатных станов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 84 с.

References:

1. Maltsev A.A. Development of the paradigm of an electronic textbook on the discipline "Fundamentals of dynamics and reliability of metallurgical equipment". – [Electronic resource] Original research (ORIS), 2022, Vol.12, No.08. – Pp.140–148. – Access mode: <https://ores.su/ru/journals/oris-jrn/2022-oris-8-2022/a230764> [in Russian].
2. Ivanchenko F.K., Krasnoshapka V.A. Dynamics of metallurgical machines. – Moscow: Metallurgy, 1983. – 295 p.
3. Yakovlev R.A. Asymmetric loading of rolling mills. – Moscow: BMSTU, 2001. – 84 p.