

УДК 539.382.2

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ КОМПОЗИТНЫХ
ОБОЛОЧЕК С ОТВЕРСТИЯМИ****Сагдиев Азат Раифович,**

студент МГУ им. Ломоносова

Россия, г. Москва

azat.sagdiev@math.msu.ru

Некрасов Всеволод Валерьевич,

студент МГУ им. Ломоносова, механико-математический факультет

Россия, г. Москва

vsevolod.nekrasov@math.msu.ru

Аннотация

В статье рассматривается подход к оценке напряженно-деформированного состояния композитных оболочек. Представлены поля напряжений и деформаций. Предложен критерий Мизеса как способ оценки прочности конструкции в упругой области. Отмечено, что зоны концентрации напряжений вокруг отверстий имеют локальный характер и практически затухают на расстоянии одного-двух диаметров этих отверстий. Представленный комплекс формул может быть использован при проектировании и расчете элементов конструкций соответствующей формы.

Ключевые слова: композит, оболочка, напряжение, деформация, анализ.**STRESS-STRAIN STATE OF COMPOSITE SHELLS WITH HOLES****Azat R. Sagdiev,**

student of Lomonosov Moscow State University

Russia, Moscow

azat.sagdiev@math.msu.ru

Vsevolod V. Nekrasov,

student of Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics

Russia, Moscow

vsevolod.nekrasov@math.msu.ru

ABSTRACT

The article deals with key issues related to the evaluation of the stress-strain state of composite shells. It is noted that stress concentration zones around holes have a local character

and practically attenuate at a distance of one or two diameters of these holes. It is found that the von Mises stress criterion is most often used in the field of linear elasticity to determine whether failure will occur by comparing the failure limits of materials. It is concluded that the complex of formulas presented herein can be used in the design and calculation of structural elements of appropriate shape.

Keywords: composite, shell, stress, strain, analysis

Использование композитных оболочек во многих инженерных приложениях быстро расширяется в последние четыре десятилетия благодаря их более высокой прочности и соотношению жесткости и веса по сравнению с большинством металлических материалов. В настоящее время композитные оболочки составляют значительную часть современных аэрокосмических и подводных конструкций. Они находят все большее применение в таких областях, как автомобилестроение, биомедицинская инженерия и другие. В качестве элементов конструкций в различных областях промышленности часто используются оболочки с отверстиями, изготовленные из композитных материалов [1].

При этом следует отметить, что некоторые области применения композитных материалов связаны с динамически нагруженными компонентами и конструкциями. Анализ и проектирование таких конструкций, подвергающихся динамическим нагрузкам, начиная от низкоскоростных ударов и заканчивая высокоэнергетическими ударными нагрузками, требует учета свойств с высокой скоростью деформации. Численное моделирование, такое как анализ методом конечных элементов, требует точного описания таких эффектов, как скорость деформации, история нагружения, внутренние повреждения и распространение волн. Работы по динамическому определению характеристик композитных материалов относительно ограничены по сравнению с квазистатическими испытаниями из-за сложности проведения экспериментов при высоких скоростях деформации и интерпретации данных.

В свете вышеизложенного очевидным является тот факт, что неопределенность и высокая стоимость полномасштабных экспериментов указывают на необходимость повышения надежности научно-прикладных исследований для развития и получения более точных и эффективных методик, позволяющих свести полномасштабные испытания к испытаниям субкомпонентов. Кроме того, неразрушающие методы моделирования могут обеспечить отказоустойчивость на уровне компонентов/подсистем/систем, что дает возможность снизить затраты, связанные с обычным техническим обслуживанием [2].

Таким образом, актуальной на сегодняшний день является проблема совершенствования композитных оболочек, в том числе с отверстиями и разработка новых методов исследования их напряженно-деформированного состояния, что и предопределило выбор темы данной статьи.

Исследования динамического поведения композитных оболочек, в которых обсуждаются проблемы свободных колебаний, ударов, распространения волн, динамической устойчивости, демпфирования и вязкопластической текучести входят в круг научных интересов Кузьмина А.А., Азарова А.В., Димитриенко Ю.И., Губаревой Е.А., Пичугиной А.Е., Бельковой К.В., Борина Д.М., Рогожниковой Е.Н., Аношкина А.Н., Бульбовича Р.В.

Над разработкой и усовершенствованием модели для точного прогнозирования межслойного трехмерного напряженного состояния композитных оболочек, подверженных большим смещениям/поворотам, выпучиванию и явлениям прощелкивания, трудятся

Донкова И.А., Якубовский Ю.Е., Колосов В.И., Антибас И.Р., Дьяченко А.Г., Полилов А.Н., Скворцов А.А., Склемина О.Ю.

Однако, несмотря на имеющиеся труды и наработки, ряд вопросов в рассматриваемой предметной плоскости остается открытым и требует более детального анализа. В частности, не решена до сих пор проблема ограниченности классических теорий напряженно-деформированного состояния конструкций, которая может приводить к неверным прогнозам напряжений, особенно в нелинейных равновесных состояниях. Отдельного внимания заслуживает обоснование перспектив использования расширенных и послойных подходов для анализа устойчивости изделий из композитных материалов.

Таким образом, цель статьи заключается в рассмотрении подходов к анализу напряженно-деформированного состояния композитных оболочек с отверстиями.

Итак, рассмотрим напряженно-деформированное состояние цилиндрической оболочки из композитного материала, которая ослаблена двумя круговыми отверстиями, расположенными на одной образующей. Криволинейная система координат (α, β) размещена так, что ось α совпадает с образующей, а ось β - с направляющей, проходящей через середину линии центров отверстий. Оболочка нагружена растягивающей силой интенсивности q_0 . На рисунке 1(a) показана модель структурного анализа, которая будет использоваться в данном исследовании. На рисунке 1(b) приведена сетка для конечно-элементного анализа, которая была разделена на части в зависимости от кривизны периферии отверстия. На рис. 1 (c) показаны граничные условия и нагрузки, используемые в анализе.

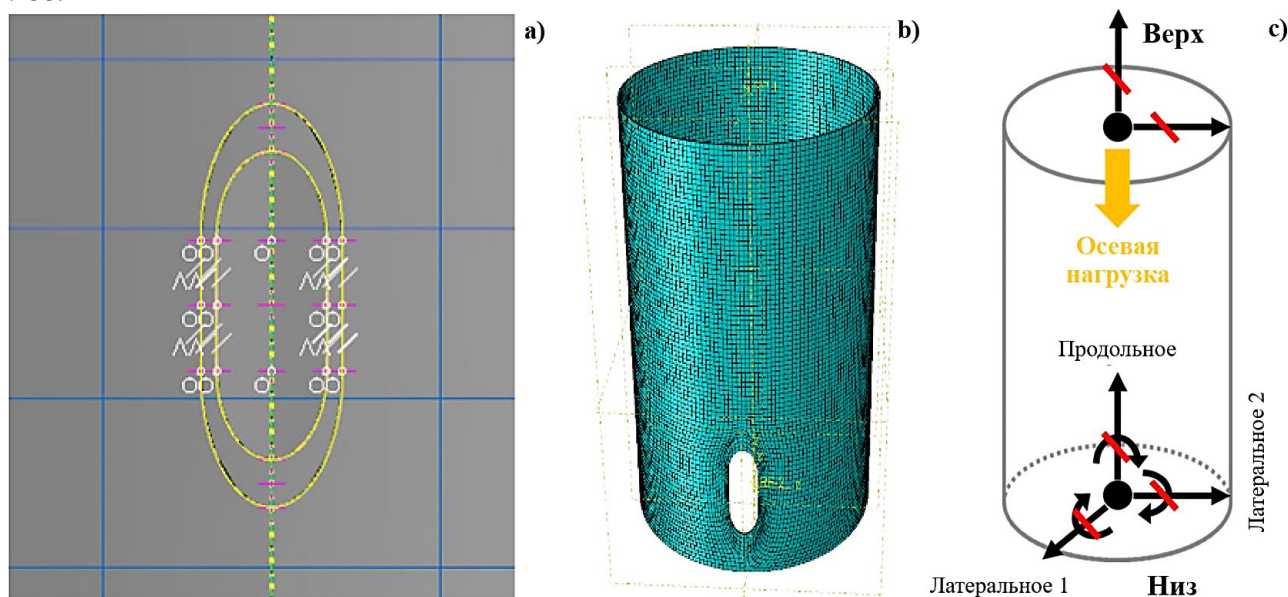


Рис. 1 Моделирование цилиндрической композитной оболочки с отверстиями: (a) эскиз деталей; (b) нанесение сетки; (c) нагрузка и граничные условия

Выделим в оболочке окружность Ω , содержащую отверстия. Как известно, зоны концентрации напряжений вокруг отверстий имеют локальный характер и практически затухают на расстоянии одного-двух диаметров этих отверстий [3]. Поэтому предполагаем, что контур Γ окрестности Ω настолько удален от контуров отверстий Γ_0 , что снаружи его возмущения напряжений, вызванных наличием отверстий, практически затухают.

Основываясь на линейной теории Флюгге, деформации и кривизна оболочки определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z^0 &= \frac{\partial u}{\partial z}; & \varepsilon_\phi^0 &= \frac{1}{R} \left(\frac{\partial u}{\partial \phi} + w \right) & \gamma_{z\phi}^0 &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \phi} \\ \chi_z &= \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}; & \chi_\phi &= -\frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} - \frac{\partial v}{\partial \phi} \right); & \chi_{z\phi} &= -\frac{1}{R} \left(2 \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial \phi} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

где (0) - надстрочный индекс, относящийся к срединной поверхности, ε_z и ε_ϕ - мембранные и поперечные деформации, соответственно, $\gamma_{z\phi}$ - деформации сдвига, χ_z и χ_ϕ - изгибные искривления, $\chi_{z\phi}$ - крутильные искривления.

Предполагается, что общая деформация равна сумме мембранной и изгибной деформаций. Таким образом, деформация в любой точке оболочки определяется:

$$\begin{aligned}\varepsilon_z &= \varepsilon_z^0 + x\chi_z \\ \varepsilon_\phi &= \varepsilon_\phi^0 + x\chi_\phi \\ \gamma_{z\phi} &= \gamma_{z\phi}^0 + x\chi_{z\phi}\end{aligned}$$

где x - расстояние от точки оболочки до ее средней поверхности.

Деформации и напряжения основаны на законе Гука [4] и могут быть выражены как:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_z + \mu\varepsilon_\phi) \\ \sigma_\phi &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_\phi + \mu\varepsilon_z) \\ \tau_\phi &= \frac{E}{2(1-\mu^2)}\gamma_{z\phi}\end{aligned}$$

Отнесем срединную поверхность оболочки к системе криволинейных ортогональных координат (α, β) . В дальнейшем исходим из вариационного уравнения Лагранжа, записанного для окрестности Ω :

$$\int_{\Omega} \{\delta V_0 - (p_1\delta u_1 + p_2\delta u_2 + p_n\delta w + m_1\delta\gamma_1 + m_2\delta\gamma_2)\} A_1 A_2 \alpha d\beta -$$

$$- \int_{I_1} (T_{tt}^0\delta u_t + T_{ts}^0\delta u_s + T_{tn}^0\delta w + G_{tt}^0\delta\gamma_t + G_{ts}^0\delta\gamma_s) dl = 0$$

$$\delta V = T_1\delta\varepsilon_1 + T_2\delta\varepsilon_2 + S_{12}\delta\delta_{11} + G_1\delta k_1 + G_2\delta k_2 + 2H_{12}\delta k_{11} + Q_1\delta\varepsilon_{13} + Q_2\delta\varepsilon_{23}$$

где V_0 - удельная энергия деформации; $u_1, u_2, w, \gamma_1, \gamma_2$ - обобщенные перемещения срединной поверхности оболочки, через которые выражается поле перемещений:

$$\begin{aligned}U_1 &= u_1(\alpha, \beta) + z\gamma_1(\alpha, \beta) \\ U_2 &= u_2(\alpha, \beta) + z\gamma_2(\alpha, \beta) \quad \left(-\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}\right) \\ W &= w(\alpha, \beta)\end{aligned}$$

В литературе можно найти несколько критериев разрушения, которые используются для анализа напряженно-деформированного состояния композитных оболочек с отверстиями. Критерий напряжений фон Мизеса чаще всего применяется в области линейной упругости для определения того, произойдет ли разрушение, путем сравнения пределов разрушения материалов. Благодаря этому критерию можно узнать, сможет ли исследуемая конструкция нормально функционировать под нагрузкой. Уравнение выражается следующим образом:

$$\sigma_M = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2}$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$, - первое, второе и третье главные напряжения.

Упругую прочность на изгиб (fE) цилиндрической композитной оболочки с отверстиями можно рассчитать с использованием следующего уравнения:

$$f_E = C \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{l}\right)^2$$

где E - модуль упругости, t - толщина оболочки, r - радиус оболочки, ν - коэффициент Пуассона, C - приведенный коэффициент смятия.

Руководствуясь предположением об однородности поля напряжения внутри неоднородной анизотропной среды, Реусом А. были разработаны предложения,

касающиеся гармонического усреднения модулей сжатия и сдвига составляющих включений композита для оценки их эффективных значений. Также Хилл Р. доказал, что предложенные Рейссом и Фойгтом оценки представляют соответственно верхнюю и нижнюю границы для анализа эффективных модулей сжатия и сдвига композита на основе вариационных теорем теории упругости и принципа минимальной энергии деформации.

Подводя итоги проведенного исследования, можно сделать следующие выводы. В статье описан подход к нахождению напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек с отверстиями, изготовленных из композитного материала. Представленный комплекс формул может быть использован при проектировании и расчете элементов конструкций соответствующей формы.

Список литературы:

1. Трещев А.А. О механических испытаниях тонкостенных цилиндрических оболочек из композитных материалов // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2023. № 7. С. 90-97.
2. Берков Н.А., Архангельский А.И., Горшунова Т.А., Архангельская М.В. Прочностной анализ пересекающихся композитных оболочек вращения // Системные технологии. 2022. № 3 (44). С. 169-175.
3. Рогожникова Е.Н., Аношкин А.Н., Бульбович Р.В. Расчет НДС и оценка прочности сегментированной цилиндрической оболочки из композиционных материалов с металлическими вкладышами // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2022. № 1. С. 102-114.
4. Полилов А.Н., Скворцов А.А., Склемина О.Ю. Критерий возникновения неустойчивости деформирования тонкостенных пластин и оболочек при двухосном растяжении // Машиностроение и инженерное образование. 2023. № 1-2 (71). С. 3-18.

References:

1. Treshchev A.A. On mechanical tests of thin-walled cylindrical shells made of composite materials // Bulletin of Tula State University. Technical sciences. 2023. No. 7. P. 90-97.
2. Berkov N.A., Arkhangelsky A.I., Gorshunova T.A., Arkhangelskaya M.V. Strength analysis of intersecting composite shells of revolution // System technologies. 2022. No. 3 (44). P. 169-175.
3. Rogozhnikova E.N., Anoshkin A.N., Bulbovich R.V. Calculation of SSS and strength assessment of a segmented cylindrical shell made of composite materials with metal liners // Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Mechanics. 2022. No. 1. P. 102-114.
4. Polilov A.N., Skvortsov A.A., Sklemina O.Yu. Criterion for the occurrence of instability of deformation of thin-walled plates and shells under biaxial tension // Mechanical Engineering and Engineering Education. 2023. No. 1-2 (71). P. 3-18.