

УДК 533.65.013.622

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИБРИДНОГО БПЛА**Эссельбах Роман Вадимович,**

младший научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории беспилотных летательных аппаратов. Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донбасский государственный технический университет». г. Алчевск. Россия. diabazer@yandex.ru.

Юрьев Сергей Александрович,

к.т.н, научный руководитель научно-исследовательской лаборатории беспилотных летательных аппаратов. Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донбасский государственный технический университет». г. Алчевск. Россия. ysa.dmmi@gmail.com

Дзюба Денис Петрович,

инженер научно-исследовательской лаборатории беспилотных летательных аппаратов. Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донбасский государственный технический университет». г. Алчевск. Россия. харann@mail.ru.

Литвинов Александр Иванович,

заведующий лабораторией научно-исследовательской лаборатории беспилотных летательных аппаратов. Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донбасский государственный технический университет». г. Алчевск. Россия. kuznecov83.83@list.ru.

Аннотация

Статья посвящена созданию математической модели беспилотного летательного аппарата гибридного типа на основе моделей беспилотных аппаратов мультироторного и самолетного типов. Моделирование осуществляется на основе уравнений Эйлера, описывающих движение материальной точки, имеющей шесть степеней свободы.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, математическое моделирование, инерциальная система координат, винтомоторная группа, момент инерции.

A MATHEMATICAL MODEL OF A HYBRID UAV**Esselbakh Roman Vadimovich,**

junior researcher at the Research Laboratory of unmanned aerial vehicles. Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Donbass State Technical University". Alchevsk. Russia.

Yurev Sergey Aleksandrovich,

PhD, head of the research laboratory of unmanned aerial vehicles. Federal State Budgetary educational Institution of Higher Education "Donbass State Technical University". Alchevsk. Russia.

Dzyuba Denis Petrovich,

engineer of the research laboratory of unmanned aerial vehicles. Federal State Budgetary educational Institution of Higher Education "Donbass State Technical University". Alchevsk. Russia.

Litvinov Aleksandr Ivanovich,

head of the research laboratory of unmanned aerial vehicles. Federal State Budgetary educational Institution of Higher Education "Donbass State Technical University". Alchevsk. Russia.

ABSTRACT

The article is devoted to the creation of a mathematical model of an unmanned aerial vehicle of a hybrid type based on models of unmanned vehicles of multicopter and airplane types. The simulation is based on Euler equations describing the motion of a material point having six degrees of freedom.

Keywords: unmanned aerial vehicle, mathematical modeling, inertial coordinate system, propeller group, moment of inertia.

Беспилотные летательные аппараты (БПЛА) приобретают все большую популярность в качестве доступных и относительно недорогих технических средств дистанционного сбора информации, мониторинга окружающей среды, доставки малогабаритных грузов и решения ряда других задач.

Актуальной задачей является увеличение дальности и времени нахождения БПЛА в воздухе. Средняя дальность полета малых БПЛА составляет 15-20 км, определяющее влияние на нее оказывают следующие факторы: аэродинамические характеристики БПЛА, емкость бортовой батареи, характеристики винтомоторной группы, законы управления динамикой полета и др. Сложность взаимодействия всех показателей определяют необходимость использования моделирования для оценки их совместного влияния на продолжительность и (или) дальность полета. Математические модели многороторных БПЛА и БПЛА самолетного типа достаточно хорошо известны [1,2]. Одним из методов решения поставленной задачи является создание гибридов. К примеру, облегчить работу винтомоторной группы наличием подъемной силы крыла (рис.1).

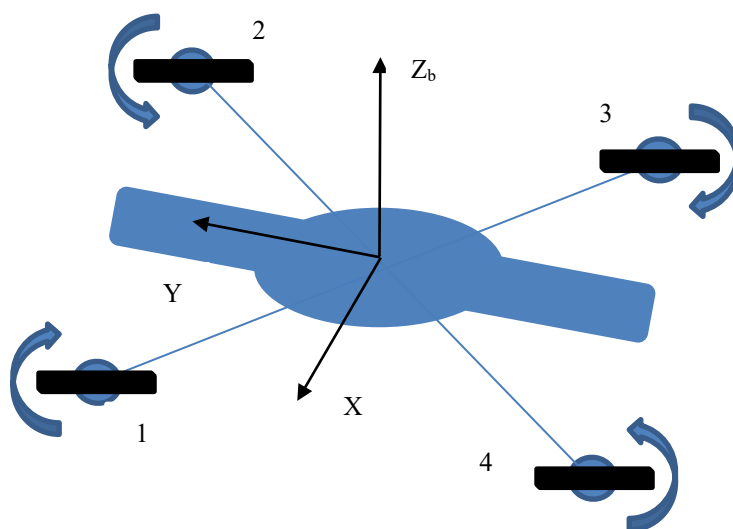


Рисунок 1. Схематическое изображение гибридного БПЛА и определение систем координат.

Для описания модели БПЛА используем следующие системы координат (рис 1):

O_i – связанная с Землей инерциальная система координат.

O_{cc} – система координат связанная с воздушной скоростью БПЛА (скоростная система).

O_b – связанная с БПЛА система координат.

В инерциальной системе O_i ось x_i направлена на север, y_i – на восток, z_i – противоположна направлению вектора силы тяжести. Начало системы совпадает с центром масс БПЛА.

Начало системы координат, связанной с БПЛА O_b , также совпадает с центром масс. Ось x проходит параллельно корпусу и лежит в плоскости его симметрии, направлена к передней части. Ось z лежит в плоскости симметрии, перпендикулярна x и направлена вверх. Ось y направлена перпендикулярно плоскости симметрии.

Положение БПЛА в пространстве определяется относительным расположением связанной и скоростной систем координат, отличающихся на величину угла атаки.

Для создания математической модели гибридного БПЛА введены ограничения:

- аппарат является симметричным относительно центра масс;
- воздушные винты и элементы конструкции абсолютно твердые тела;
- количество степеней свободы БПЛА – 6, 3 поступательных и 3 вращательных;
- управление аппаратом осуществляется изменением оборотов двигателей для изменения пространственной ориентации;
- параметры атмосферы стандартные [3].

Движение центра масс описывается в инерциальной системе координат, ускорение возникает за счет направления суммарной силы тяги винтов и подъемной силы крыла, вращение создается моментом, обусловленным различной тягой винтов [4].

Уравнение движения БПЛА вытекает из основных законов механики, согласно второму закону Ньютона, уравнение, позволяющее учесть возмущающие воздействия во время полета, имеет вид [5]:

$$mr = \bar{F}_g + \bar{R}_{\text{вн}}$$

где $r = \vec{r}(x, y, z)$ – радиус-вектор центра масс в инерциальной системе координат O_i .

m – масса гибридного БПЛА.

\bar{F}_g – вектор силы тяжести.

$\bar{R}_{\text{вн}}$ – результирующая сил, действующих на БПЛА в полете.

$$\bar{R}_{\text{вн}} = \vec{F}_T + \vec{F}_{\text{кр}}$$

$\vec{F}_T = \vec{F}_T(T_{xi}, T_{yi}, T_{zi})$ – вектор силы тяги винтов в инерциальной системе координат, получается проекцией силой тяги \vec{F}_{Tb} в связанной с БПЛА системе координат O_b в инерциальную через кватернион поворота.

$\vec{F}_{\text{кр}}$ – подъемная сила крыла [6].

$$\vec{F}_{\text{кр}} = C_z S \frac{\rho V^2}{2}$$

где C_z – аэродинамический коэффициент подъемной силы.

S – площадь крыла.

ρ – массовая плотность воздуха

V – воздушная скорость (скорость БПЛА относительно воздуха, система координат O_{cc})

Таким образом уравнение горизонтального движения гибридного БПЛА записывается в виде [5,6]:

$$m \frac{\partial V_x}{\partial t} = T_x - C_x \rho \frac{V_x^2}{2} - G \sin \theta$$

θ – угол наклона траектории.

T_x – горизонтальная составляющая тяги в инерциальной системе координат.

Уравнение движения в вертикальной плоскости с учетом сил, возникающих в горизонтальном полете:

$$m \frac{\partial V_z}{\partial t} = T_z - C_z \rho \frac{V_z^2}{2} - G \cos \theta - V_z m \frac{d\theta}{dt}$$

Определим силы и моменты сил, возникающие вокруг осей связанной системы координат O_b при работе винтомоторной группы [7]:

$$\begin{cases} M_{Rx} = l(T_4 + T_3 - T_1 - T_2) \\ M_{Rz} = l(T_1 + T_4 - T_2 - T_3) \\ M_{Ry} = \tau_2 + \tau_4 - \tau_1 - \tau_3 \end{cases}$$

где M_{Rx}, M_{Ry}, M_{Rz} – проекции результирующего момента на главные оси инерции.

l – расстояние от середины линии, соединяющей валы двигателей до центра тяжести;

$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ – вращающие моменты вокруг осей двигателей, возникающие при работе воздушного винта;

T_1, T_2, T_3, T_4 – сила тяги, создаваемая воздушными винтами.

В нашем случае оси связанной системы координат O_b совпадают с главными осями инерции БПЛА, поэтому динамические уравнения Эйлера запишутся в виде:

$$\begin{cases} \omega_x = \frac{M_{Rx} - (j_z - j_y)\omega_y\omega_z}{j_x} \\ \omega_z = \frac{M_{Rz} - (j_y - j_x)\omega_y\omega_x}{j_z} \\ \omega_y = \frac{M_{Ry} - (j_x - j_z)\omega_x\omega_z}{j_y} \end{cases}$$

где j_x, j_y, j_z – главные моменты инерции БПЛА в центре масс.

$\omega_x, \omega_z, \omega_y$ – проекции вектора угловой скорости на главные оси инерции;

Матрицу моментов инерции можно получить при проектировании БПЛА в САД системах.

Таким образом получены уравнения, описывающие движение гибридного БПЛА с шестью степенями свободы. Решение данных уравнений вместе с вводом дополнительных условий может быть реализовано только численным методом и позволит прогнозировать

дальность и время полета БПЛА. Однако введенные ограничения и допущения могут привести к недостоверности прогноза. Для устранения ошибок, а также возможным наличием неучтенных факторов, необходимо объединение результатов математического моделирования с выходными сигналами имитационной модели, построенной на базе математического моделирования.

Список литературы:

1. Арзамасцев, А. А. Математические модели для инженерных расчетов летательных аппаратов мультироторного типа (часть 1) / А. А. Арзамасцев, А. А. Крючков // Вестник ТГУ. – 2014. – Т. 19. – № 6. – С. 1821–1828.
2. Белинская, Ю. С. Управление четырехвинтовым вертолетом / Ю. С. Белинская, В. Н. Четвериков // Наука и образование. – 2012. – № 5. – С.157–171.
3. Юрьев Б. Н. Избранные труды. Т.1: Воздушные винты. Вертолеты /Б. Н. Юрьев. – М.: Изд. АН СССР, 1961. – 553 с.
4. Беспилотные летательные аппараты вертикального взлета: сборка, настройка и программирование: учебное пособие / М.А. Ковалёв, Д.Н. Овакимян. – Самара: Издательство Самарского университета, 2023. – 96 с.
5. Bershadsky, D. Electric multirotor UAV propulsion system sizing for performance prediction and design optimization / D. Bershadsky, S. Haviland, E. N. Johnson // 57th AIAA/ASCE/ AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (4–8 January 2016, San Diego, California, USA)/ American Institute of Aeronautics and Astronautics. – Virginia, 2016. – Vol. 1. – P. 1–22.
6. Хомицкий Д.В. Моделирование элементов динамики самолёта в условиях неустойчивости на большой высоте: Практикум – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2008. – 37 с.
7. Schmidt, M. D. Simulation and control of a quadrotor unmanned aerial vehicle / M. D. Schmidt // University of Kentucky Master's Theses. – Lexington, 2011.– P. 93.

References:

1. Arzamascev, A. A. Mathematical models for engineering calculations of multirotor aircraft (part 1) / A. A. Arzamascev, A. A. Kryuchkov // Bulletin of TSU. - 2014. - Vol. 19. - No. 6. - P. 1821-1828.
2. Belinskaya, Yu. S. Control of a four-rotor helicopter / Yu. S. Belinskaya, V. N. Chetverikov // Science and education. - 2012. - No. 5. - P. 157-171.
3. Yuryev B. N. Selected works. V. 1: Propellers. Helicopters /B. N. Yuryev. - M.: Publ. USSR Academy of Sciences, 1961. - 553 p.
4. Vertical takeoff unmanned aerial vehicles: assembly, configuration, and programming: a tutorial / M.A. Kovalev, D.N. Ovakimyan. - Samara: Samara University Publishing House, 2023. - 96 p.
5. Bershadsky, D. Electric multirotor UAV propulsion system sizing for performance prediction and design optimization / D. Bershadsky, S. Haviland, E. N. Johnson // 57th AIAA/ASCE/ AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (4–8 January 2016, San Diego, California, USA)/ American Institute of Aeronautics and Astronautics. - Virginia, 2016. - Vol. 1. - P. 1–22.

6. Khomitsky D.V. Modeling of aircraft dynamics elements under instability conditions at high altitude: Workshop – Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod State University, 2008. – 37 p.
7. Schmidt, M. D. Simulation and control of a quadrotor unmanned aerial vehicle / M. D. Schmidt // University of Kentucky Master's Theses. – Lexington, 2011.– P. 93.