

УДК 62-26

**АКТИВНАЯ И РЕАКТИВНАЯ МАССЫ РЕССОРНОЙ СИСТЕМЫ
ЭЛЕКТРОВИБРАЦИОННОЙ МАШИНЫ****Гобозов Станислав Федорович**

кандидат технических наук, профессор,
кафедра «Инженерно-технические дисциплины»,
«Юго-Осетинский государственный университет имени А. А. Тибилова»
100001, Республика Южная Осетия, г. Цхинвал, ул. Путина, 8

Джиоев Владимир Казбекович

доцент кафедры «Инженерно-технические дисциплины»,
«Юго-Осетинский государственный университет имени А. А. Тибилова»
100001, Республика Южная Осетия, г. Цхинвал, ул. Путина 8

Аннотация

В данной работе приводятся данные по определению действительных напряжений в рессоре и рассмотрен вопрос вычисления собственной частоты упругой системы машины. Даются методики расчета рессорной системы на прочность и колебание, а также проводится сравнение расчетных данных с опытными.

Ключевые слова: рессора, напряжение, частота, упругая система, прочность, колебания.

**CALCULATION OF THE SPRING SYSTEM FOR STRENGTH AND
OSCILLATION****Gobozov Stanislav Fedorovich**

Candidate of Technical Sciences, professor,
Department of Engineering and Technical Disciplines
State University of South Ossetia Named after A. Tibilov
100001, Republic of South Ossetia, Tskhinval, 8 Putina str.

Djioev Vladimir Kazbekovich,

Associate professor
at the Department of Engineering and Technical Disciplines,
"A.A. Tibilov South Ossetian State University".
100001 Republic of South Ossetia, Tskhinval, 8 Putina str.

ABSTRACT

This paper presents data on determining the actual stresses in the spring and considers the issue of calculating the natural frequency of the machine's elastic system. The methods of spring system calculation for strength and oscillation are given, and the calculated data are compared with the experimental data.

Keywords: suspension, stress, frequency, elastic system, strength, vibrations.

По своим особенностям электровибрационное машиностроение стоит на границе двух наук - машиностроения и электротехники и ставит перед конструкторами целый ряд совершенно новых требований-увязка механической и электрической частей машины, демпфирование в узлах двигателя возвратно- поступательного движения, специальные вопросы усталостной прочности и др.

В связи с тем, что действующие нагрузки носят переменный характер, а соответствующие им напряжения в большинстве случаев меняются по симметричному или пульсирующему циклам неудивительны случаи поломок, которые имеют место на практике, в условиях эксплуатации. Путем эмпирического увеличения размеров поперечных сечений деталей, число таких поломок было сведено до минимума, но ценой ряда показателей машины- веса, стойкости, транспортабельности, удобства эксплуатации и др.

Электровибрационная машина не является исключением в этом отношении и в первую очередь ее отдельные детали должны удовлетворять условиям: прочности, жесткости и вибрационной устойчивости.

Действительно, некоторые детали должны иметь околорезонансный режим работы, максимальные амплитуды колебаний при минимальных затратах энергии на конструкционный гистерезис. К таким деталям относятся основные упругие элементы машин - рессоры, пружины, торсионы.

К активной массе отнесем все массы, закрепленные в середине рессорной системы. Остальные массы относятся к реактивной части машины.

Расчеты показывают, что около $1/3$ массы двигателя относится к активной части, остальная - к реактивной части машины.

Ввиду незначительного влияния внутреннего и конструктивного гистерезиса на частоту собственных колебаний, рассмотрение этого вопроса будет проведено без учета трения.

На рис.1 показана простейшая двухмассная система, к которой обычно приводится расчетная схема электровибрационной машины [1], [2], [3] .

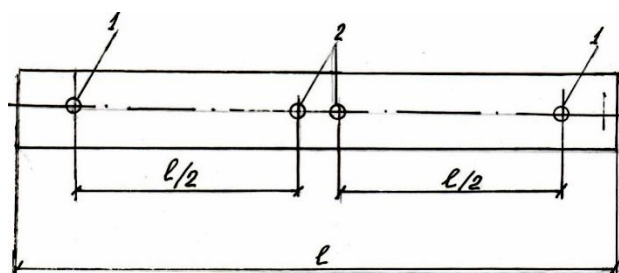


Рис. 1 Простейшая двухмассная система

Рассмотрим движение активной и реактивной масс (рис. 2).

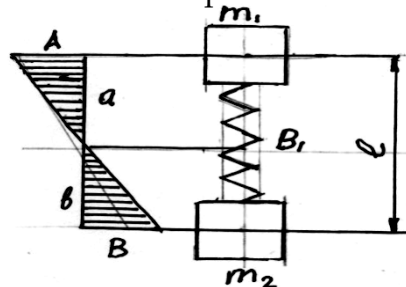


Рис. 2 Схема движения масс m_1 и m_2

m_1 и m_2 – активная и реактивная массы;

B_1 – жесткость упругого элемента рессоры или цилиндрической пружины

Пусть y_1 – перемещение активной массы, а y_2 – перемещение реактивной массы машины, тогда кинетическая энергия системы равна

$$T = 1/2m_1(y_1)^2 + 1/2m_2(y_2)^2 \quad (1)$$

а потенциальная энергия будет: $V = 1/2B_1(X_1 - X_2)^2$

Используем уравнение Лагранжа для системы с двумя степенями свободы имеющие вид: $d/dt(\partial T/\partial \dot{q}_i) - \partial T/\partial q_i + \partial V/\partial q_i = 0$ (2)

здесь q_i – координата, в данном случае перемещения масс.

Используя это уравнение для нашей системы, получим следующую пару

$$\text{уравнений: } m_1 y_1 + B_1(X_1 + X_2) \quad m_2 y_2 - B_2(X_1 - X_2) = 0 \quad (3)$$

Складывая и интегрируя эти уравнения, получим соотношение: $y_1 m_1 + y_2 m_2 = 0$

Задаемся уравнениями в форме: $y_1 = A_a \sin(\omega t + \varphi)$ $y_2 = A_p \sin(\omega t + \varphi)$

где A_a и A_p – постоянные интегрирования, ω – собственная угловая частота, φ – фазовый угол.

Подставляя значения y_1 и y_2 в систему дифференциальных уравнений и определитель полученных однородных алгебраических уравнений приравняем нулю. $B_1 - m_1 \omega^2 = 0$ $B_2 - m_2 \omega^2 = 0$

Раскрываем определитель и для частоты получим формулу:

$$\omega = \sqrt{m_1 - m_2 B_1 / m_1 m_2} = \sqrt{B_1 / m} \quad (4)$$

где $m = m_1 m_2 / m_1 + m_2$ – приведенная масса системы

Отношение амплитуд колебаний активной и реактивной масс A_0 и A_p определяется из пропорции: $A_0 / A_p = B_1 / B_1 - m_1 \omega^2 = B_1 - \omega^2 / B_1$

Ввиду того, что: $B_1 - \omega^2 m_2 = B_1 - (1 - m_2(m_1 + m_2)) / (m_1 m_2) < 0$;

Поэтому: $A_0 / A_p = m_2 / m_1$

Согласно рис.1 определяем положение центра инерции системы из следующего соотношения: $a/v = m_2 / m_1$

Амплитуда колебаний рессоры (или прогиб рессоры) $\lambda_{рес}$ определяется из двух соотношений: $A_a + A_p = \lambda_{рес}$ $A_a + A_p = m_2 / m_1$

$$\text{Откуда} \quad \lambda_{рес} = A_a (1 - m_1 / m_2)$$

При равенстве активной и реактивной масс имеем: $\lambda_{рес} = 2A_{акт}$

Масса пружины от центра 0 до массы m_1 относится к активной части машины. Все изложенное выше общеизвестно [4] и приводится только с целью сохранения дальнейшей последовательности изложения.

К активной массе отнесем все массы, закрепленные в середине рессорной системы. Остальные массы относятся к реактивной части машины.

В рессорах точки 1-1, соответствующие центрам передних (основных) заземляющих болтов, являются рабочими точками рессоры, передающими нагрузку на машины. Условия работы болтов 2-2 аналогичны условиям работы передних болтов 1-1(рис.1). Поэтому длина

рессоры между болтами 1-2 к рабочей части рессоры, т.е. к активной массе. Вес этой части рессоры равняется

$$G_{рес} = \ell_1$$

где $G_{рес}$ – общий вес рессорного пакета.

Длина рессоры между болтами 2 – 2 не работает, но также относится к активной массе. Часть рессоры от конца до переднего болта 1 (справа и слева) также не работает, но относится к реактивной массе. Отношение ℓ/ℓ_1 легко определяется по чертежу и оно приблизительно колеблется в пределах 0,6 – 0,75, при длине рессор 720 мм.

В таблице 1 приводятся данные, характеризующие распределение общего веса машины между активным и реактивным частями вибрационного питателя. Вес привода дается вместе с весом кронштейна – обоймой. Насыпной вес, участвующий в колебаниях, взят равным 15% от общего насыпного веса.

Итак, вес активной части машины определяется 1/3 веса привода, веса лотка и активной части насыпного веса. Вес активной части рессоры пока в эту активную часть машины не включен.

Таблица ясно показывает общую тенденцию: с ростом мощности машины относительный вес рессор возрастает и для 8 кВт машины становится равным 23% от присоединенной к ней активной массы.

При таком большом относительном весе рессор требуется более точный его учет при определении частоты.

Таблица 1

№ п/п	Мощность привода, кВт	Общий вес машины вместе с лотком, кг	Вес привода, кг	Вес лотка, кг	Общий вес насыпного материала, кг	Насыпной вес, участвующий в колебаниях, кг	Общий вес рессор, кг
1	0,5	650	500	150	250	40	60
2	2	2800	1760	540	650	100	305
3	4	3760	2790	970	1250	200	975
4	8	5760	4280	1480	3000	450	1040

В таблице 2 дается соотношения активной массы машины без учета веса рессоры к активному весу рессоры.

Таблица 2

№ п/п	Мощность, кВт	Активный вес машин G_m , кг.	Активный вес рессор G_m/G_p , G_p , кг.	$\mu = G_m/G_p$
1	0,5	865	45	8,1
2	2	1250	230	5,4
3	4	2080	430	4,7
4	8	3830	780	4,3

Приближенный учет массы рессор. Как было сказано выше, m_1 и m_2 –

активная и реактивная массы. При учете \cong (\cong -конгруэнтность: геометрическое равенство) массы рессоры необходимо помнить, что часть рессоры длиной "а"

относится к активной части, а часть "в" – к реактивной части машины. Поэтому

$$\text{пишем: } m_{акт} = m_1 + \xi_{ра} \quad m_{реакт} = m_2 + \xi_{рв} \quad (5)$$

Здесь уже m_1 и m_2 – активная и реактивная массы вычисленные без учета массы рессоры.

В таблице 3 дается масса G_1 и G_2 , соответствующие массам m_1 и m_2 .

$$qm_1 = G_1; \quad qm_2 = G_2$$

ρ – масса единицы длины упругого элемента.

Таблица показывает, что в не нагруженной машине соотношение $m_1/m_2 = 1,11$. А в нагруженной машине это соотношение лежит весьма близко к единице.

Таблица 3

№ п/п	Мощность, кВт	Общий вес машины, m_1/m_2 , кг	Активный вес+насып. вес, qm_1 , кг	Реактивный вес, qm_2 кг	m_1/m_2
1	0,5	650	365	325	1,12
2	2	2300	1250	1150	1,09
3	4	2760	2080	1880	1,11
4	8	5760	3330	2880	1,16

Вообще необходимо отметить, что с точки зрения удобства эксплуатации машины, по-видимому, выгоднее иметь неподвижную реактивную массу, чему соответствует $m_{реак} \approx \infty$ и $v = 0$ (рис. 2).

Уже делаются попытки создать машины, в которых будет осуществлен указанный принцип.

Коэффициент ξ_0 называется коэффициентом приведения массы [5] равняется:

- для цилиндрических винтовых пружин, при продольных колебаниях, $\xi_0 = 1/3$;
- для рессор прямоугольного сечения с постоянными размерами по всей длине $\xi_0 = 0,5$ (точнее $17/35$).

Итак, для приведенной массы имеем:

$$m = m_{акт} m_{реак} \tau / (m_{акт} + m_{реак} \tau = (m_1 + \xi_0 \rho a)(m_2 + \xi_0 \rho v) / (m_1 + \xi_0 \rho a + m_2 + \xi_0 \rho v) = \xi_1 m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$$

где ξ_1 – новый коэффициент приведения, учитывающий работу упругого элемента в системе с двумя степенями свободы.

Обозначим массу активной части рессоры через m_3 . Она соответствует активной длине ℓ (рис. 2). Кроме того, известно (рис.1), что

$$\rho \ell = m_3, \quad a/v = m_{реак} / m_{акт}, \quad a+v = \ell,$$

$$\text{откуда } a = \ell / (1 + m_{акт} / m_{реак}); \quad v = \ell / (1 + m_{реак} / m_{акт})$$

Коэффициент ξ_1 равняется:

$$\xi_1 = (1 + \xi_0 \rho a / m_1) [(1 + \xi_0 \rho v / m_2) / (1 + \xi_0 m_1 / (m_1 + (m_1 + m_2)))] \quad (6)$$

Наибольший интерес представляют граничные случаи, когда:

а) активная и реактивная одинаковы, $m_1 = m_1, \quad a = v = \ell / 2$

$$\xi_1 = (1 + \xi_0 m_3 / m_1 + \xi_0^2 \times m_3^2 / m_1^2) / (1 + \xi_0 m_3 / 2m_1) = (1 + m_3 / m_1) \quad (7)$$

б) реактивная масса остановлена, $m_3 = \infty, \quad v = 0 \quad a = \ell$

$$\xi_1 = 1 + \xi_0 m_3 / m_1 \quad (8)$$

В промежуточных случаях, когда $0 < m_1 / m_3 < 1$

Можно брать среднее значение коэффициента приведения, равное

$$\xi_1 \cong 1 + 3/4 \xi_0 m_3 / m_1 \quad (9)$$

Не учет собственной массы рессоры в среднем может дать погрешность $> 3\%$ - в том случае, когда $m_3 / m_1 > 0,2$.

Для вычисления частоты имеем следующую формулу

$$\omega = \sqrt{v/\xi} m \quad v = 2\pi \text{ сек} \quad (10)$$

где $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$

Собственная масса рессорного пакета (таблицы 2) является величиной, вполне сравнимой с присоединенной массой.

Это особенно относится к случаю, когда реактивная масса значительно больше активной или она каким-нибудь способом остановлена (в этом случае в колебаниях участвует полная масса рессорного пакета).

Балка имеет $\Pi = \infty$ форм колебаний и первые три формы показаны на рис.3.

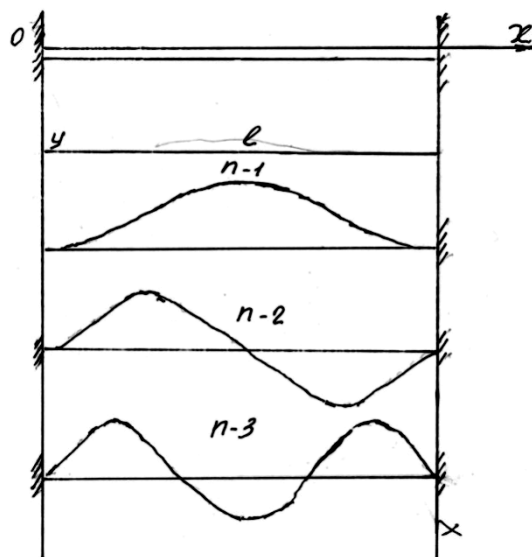


Рис.3 Формы колебаний балки

Дифференциальное уравнение малых колебаний балки, когда отсутствует присоединенная масса и не учитываются силы сопротивления от внутреннего и внешнего трения имеет вид [5]: $\theta = a^2 \partial^4 y / \partial x^4 + \partial^2 y / \partial x^2$ (11)

где y - перемещение, a - скорость распространения волны,

$$a^2 = EJq / Ay = Eq h^2 / 12\gamma \quad (12)$$

J и A - момент инерции и поперечное сечение рессоры.

Данные усилия ввиду их малости не учитываются.

При написании дифференциального уравнения считается, что каждая рессора работает как самостоятельный элемент. Это положение подтверждается нашими экспериментами (таблица 3, таблица 4) [6].

Решение дифференциального уравнения, обычно пишется в функциях Крылова и имеет вид: $y = F(x)\theta(t)$ (13)

$$\text{где } F(x) = C_1 S(ax) + C_2 T(ax) + C_3 U(ax) + C_4 V(ax), \quad \theta(t) = D_1 \cos \omega t + D_2 \sin \omega t \quad (14)$$

Величины C_1, C_4, D_1, D_2 - постоянные интегрирования;

ω - собственная круговая частота (частота в 2 псек)

Для изучения форм колебаний и частоты собственных колебаний имеет значение только функция F .

Функции Крылова пишутся следующим образом:

$$S(ax) = 1/2(ch \alpha x \cos \alpha x) \quad U(ax) = 1/2(Sh \alpha x - \cos \alpha x)$$

$$T(ax) = 1/2(Sh \alpha x + \sin \alpha x) \quad V(ax) = 1/2(Sh \alpha x - \sin \alpha x)$$

Постоянное число, так называемое характеристическое число, определяется из граничных условий.

Когда концы балки жестко заделаны, а сами опоры не деформируются (это положение имеет место при использовании жестких прокладок между рессорами, граничные условия пишутся следующим образом [2] [7]:

1. Прогиб в заделанном конце равен нулю: $F=0$, в точках $x=0, \alpha=i$

2. Угол прогиба в заделанном конце равен нулю:

$$\partial F / \partial x = 0 \text{ в точках } x=0 \quad \alpha=i$$

При выполнении этих условий постоянные интегрирования

$$C1=0, \quad C2 \text{ и } F(x)=C3U(\alpha x)+C4 v(\alpha x) \quad (15)$$

Введем обозначения $\alpha \ell = \rho$.

Числа вычисляются из характеристического уравнения:

$$\operatorname{cosec} \rho_1 \operatorname{ch} \rho_2 = 1 \quad (16)$$

корни которого равны: $\rho_1=1,780 \quad \rho_2=7,853$

(корень $\rho=0$ не имеет физического смысла)

$$\rho = (2\Pi+1)\pi/2 \quad \text{при } \Pi > 2$$

Частота собственных колебаний в минуту определяется по формуле

$$P=60\rho^2\sqrt{EJ}/q/2\pi q\ell^2 \quad (17)$$

где q – масса единицы длины рессоры: $q=A\gamma/g$

Рассмотрим балку с закрепленным посередине грузом (рис.4)

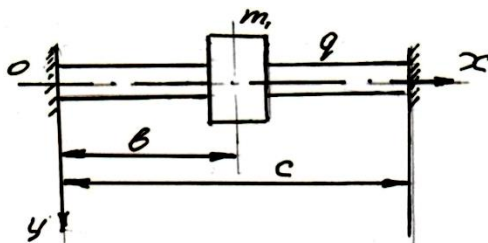


Рис. 4 балку с закрепленным посередине грузом

m_1 – масса закрепленного груза m_3 – масса рессоры: $m_3=q\ell$

Отношение закрепленной массы к собственной массе рессоры обозначим буквой μ .

Итак, $\mu = m_1/m_3 \quad (18)$

В электровибрационных машинах с рессорами μ колеблется в пределах 8-4 (таблица 2). Поэтому представляет интерес выяснить влияние собственной массы рессоры на частоту.

В технической литературе приводятся характеристические числа для малых μ ($\mu=0 \div 1$) эти числа даются в виде графиков и использовать их для расчета затруднительно.

Т.е. для $\mu > 1$ готовых числовых данных не имеется. Совместим условия на границе двух участков, где закреплена масса m_1 , таких условий четыре.

1. В точке сопряжения двух участков (рис.4, $x=b$) прогибы одинаковы:

$$F_{\text{прав}} = F_{\text{лев}}$$

2. Углы поворота касательных равны: $(dF/dx)_{\text{прав}} = (dF/dx)_{\text{лев}}$.

3. Изгибающие моменты и пропорциональные вторые производные равны $(d^2F/dx^2)_{\text{прав}} = (d^2F/dx^2)_{\text{лев}}$.

4. Поперечные силы для левого и правого участков отличаются на величину силы инерции груза $R_{\text{ин}}$: $EJ(d^3F/dx^3)_{\text{прав}} = EJ(d^3F/dx^3)_{\text{лев}} + R_{\text{ин}}$

где EJ – жесткость балки на изгиб;

$R_{\text{ин}}$ – амплитудное значение силы инерции.

Условия сопряжения 1 – 4 выполняются, если принять при общем начале координат (точка - 0, рис. 4): $F_{\text{прав}} = F_{\text{лев}} + v[d(x-b)] \quad (19)$

$$\text{Действительно } v 1(0) = v 11(0) = v(0) = 0 \quad v 11(0) = \alpha^3$$

$R_{\text{ин}}$ – определяется обычными методами.

Пусть теперь в точке $x=v$ сосредоточена масса m_1 . В этой точке приложим силу инерции массы: $R_{ин}(t) = -m_1 \partial^2 y / \partial t^2 = m_1 \omega c^2 F(v) \sin(\omega c + \varphi)$

где $(\omega c + \varphi)$ - угол сдвига фаз.

Для любого вида крепления концов можно считать, что $y = F(x) \sin(\omega c + \varphi)$ и, следовательно, в точке "v" будет иметь: $\partial^2 y / \partial t^2 = -F(v) \omega c^2 \sin(\omega t + \varphi)$

где $F(v)$ - амплитуда в точке присоединения массы.

Согласно вышеизложенного, функция $F(x)$ справа от массы m_1 отличается от значения этой функции слева дополнительным членом, который равен:

$$R_{инv} / \alpha 3EJ [\alpha(x-v)] = m \omega c F(v) v [\alpha(x-v)]$$

Введем новое обозначение $\alpha = \omega c q / EJ$ или $\omega c^2 = \alpha 4EJ / q$

тогда $m_1 \omega c^2 / \alpha 3EJ = m_1 \alpha 4EJ / \alpha 3EJ q = m_1 \alpha \ell / q = \mu \rho$,

и следовательно $F_{прав}(x) = F_{лев}(x) + \mu \rho F(v) v [\alpha(x-v)]$

Это выражение справедливо для всех граничных условий. Когда $\mu = 0$, колебания происходит только под действием собственной массы. Когда $\mu = \infty$, то имеем колебания груза на невесомой балке.

Переходим к анализу случая с жестко заделанными концами, для которой ранее имели: $v = C3U(\alpha x) + C4v(\alpha x)$

В точке закрепления массы ($x=v$) будет: $F(v) = C3U(\alpha v) + C4v(\alpha v)$

Для левого участка ($x < v$) можем написать: $F_{лев} = C3U(\alpha x) + C4v(\alpha x)$

Для правого участка ($x > v$) справедливо выражение:

$$F_{прx} = C3U(\alpha x) + C4v(\alpha x) + \mu \rho [C3U(\alpha v) + C4v(\alpha v)] v [\alpha(x-v)]$$

На концах как известно, выполняется условия:

$$x=0: F=0; \quad dF/dx=0$$

$$x=\ell: F=0; \quad dF/dx=0$$

Из этих уравнений находим:

$$F_{хправ} = C3\alpha T(\alpha x) + C4\alpha U(\alpha x) + \mu \rho [C3U(\alpha v) + C4v(\alpha v)] \alpha U[\alpha(x-v)]$$

Функция $v[\alpha(x-v)]$ дифференцируется обычно: $v'[\alpha(x-v)] = \alpha U[\alpha(x-v)]$

Для $F_{пр}$ выполняются граничные условия, справедливые при $x=\ell$, тогда

$$F_{пр}(\ell) = C3\{U(\alpha \ell) + \mu \rho U(\alpha v) v[\alpha(\ell-v)]\} + C4\{v(\alpha \ell) + \mu \rho v(\alpha v) v[\alpha(\ell-v)]\} = 0$$

$$F_{пр1}(\ell) = C3\{U(\alpha \ell + \mu \rho v(\alpha v) U[\alpha(\ell-v)]\} = 0$$

Определитель этой системы дает частное или характеристическое уравнение и когда $v = \ell/2$ (присоединенная масса закреплена в середине рессоры), получим:

$$[U(\rho) + \mu \rho U(\rho/2)][U(\rho) + \mu \rho v(\rho/2)U(\rho/2)] - [v(\rho) + \mu \rho v(\rho/2)v(\rho/2)][T(\rho) + \mu \rho U(\rho/2)U(\rho/2)] = 0 \tag{20}$$

Раскрывая и преобразуя это уравнение, учитывая значения функций Крылова, окончательно получим:

$$(ch \rho/2 \sin \rho/2 - sh \rho/2 \cos \rho/2)[(ch \rho/2 \sin \rho/2 + sh \rho/2 \cos \rho/2) + \mu \rho/2 (ch \rho/2 \cos \rho/2 - 1)] = 0 \tag{21}$$

Полученное уравнение частоты разделяются на два:

$$1. ch \rho/2 \sin \rho/2 - sh \rho/2 \cos \rho/2 = 0 \quad tg \rho/2 = th \rho/2 \tag{22}$$

Корни этого уравнения даются в табл. 4

Таблица 4

П, корни	1	2	3	4	5
$\rho/2$	0,927	7,009	10,210	13,052	16,49
ρ	7,854	14,138	20,410	26,704	32,986

При $\Pi > 5$ имеем: $(\rho/2)_{\Pi} = 16,493 + \pi(\Pi - 5)$ $\rho_{\Pi} = 32,986 + 2\pi(\Pi - 5)$

Формы колебаний, соответствующие, независимыми от присоединенного груза:

$$2. ch(\rho/2) \sin(\frac{\rho}{2}) + sh \rho/2 \cos(\frac{\rho}{2}) = \mu(\rho/2)(1 - ch(\frac{\rho}{2}));$$

Тогда получим следующее частотное уравнение: $\mu\rho^4=R(\rho)$ (23)

Функция $R(\rho)$ называется функцией частоты и она табулирована в пределах $0 \div 0,25$. [8] Пределы (ρ) соответствуют значениям $R(\rho)$ для первого корня характеристического уравнения, при значениях $\mu = 0-\infty$.

Формы колебаний, которая имеет характеристические числа - корни уравнения (23) - называются несимметричной.

Если в уравнении (23) принять $\mu = 0$ (отсутствует прикрепленная масса, $m_1=0$), то получим уравнение (16), соответствующее симметричной форме, но для аргумента ρ .

Когда $\mu = \infty$ (колебания массы m_1 на невесомом стержне) ρ определяются как корни трансцендентного уравнения: $\mu - \text{ch}\rho = 0$ (28)

Первый корень $\rho_0=0$ здесь имеет физический смысл, потому что: $R(0)=12$ и следовательно: $\mu\rho_0=12$, или $\mu\rho_0^4=196$

Для выполнения трех первых корней уравнения (23) был использован метод проб. В табл. 5 даются значения первого корня $\rho_1=2\mu$ для $\mu = 0.1- 100$.

Таблица 5

μ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
ρ_1	4,730	4,470	4,266	4,102	3,964	3,848	3,746	3,656	3,576	3,504
μ	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	4	4,5
ρ_1	3,438	3,324	3,226	3,140	3,066	3,000	2,946	2,896	2,854	2,816
μ	5	6	7	8	9	10	15	20	100	∞
ρ_1	2,446	2,342	2,260	2,188	2,128	2,076	1,880	1,752	1,176	0

В табл. 6 даются значения второго и третьего корней ρ_2 и ρ_3 .

Таблица 6

μ	3	3,5	4	4,5	5	6	7	∞
ρ_2	9,586	9,568	9,556	9,546	9,538	9,526	9,516	9,460
ρ_3	15,788	15,776	15,768	15,762	15,756	15,748	15,742	15,707

Примечание: при $\mu = 0$ в таблицу попали те корни уравнения(23), которые соответствуют симметричным формам колебаний.

Анализ корней показывает, что ρ_1 существенно зависит от соотношения прикрепленного груза и рессоры, а ρ_2 и ρ_3 , зависят от этого соотношения в значительно меньшей степени, например, после $\mu \geq 1$, второй и третий корни можно считать практически постоянными.

Для всех корней методом наименьших квадратов были составлены выражения вида $\rho_{2n}=a+v\mu+c\mu^2$; (n=1, 2, 3) (24)

когда μ меняется в интервале 1 - 7.

Значения коэффициентов а, в, и с приводятся в таблице 7. Так же дается и наибольшие относительные ожидаемые погрешности $\Delta_{max}\%$

Таблица 7

n	a	b	c	$\Delta_{max}, \%$
1	13,72229	- 2,62695	0,20497	5,4
2	97,138	- 2,308	0,202	0,8

3	255,256	- 2,645	0,234	0,3
---	---------	---------	-------	-----

Средняя погрешность формулы (24) значительно меньше $\Delta_{\max, \%}$ приведенных в таблице; поэтому для практических вычислений она может быть использована. Переходим к непосредственному определению частоты. Для круговой частоты ω (частота 2π сек) ранее мы имеем следующее общее выражение: $\omega c = \alpha 4EJ / ql^4$

Ввиду того, что: $m_3 = ql = m_1 / \mu$,

можем написать, что: $\omega c^2 = 192EJ\mu\rho^4 / l^3 m_1 192 = \omega^2 o \mu\rho^4 / 192$ (25)

где ωo - наименьшая первая круговая частота, определяемая без учета массы рессоры.

Число колебаний в 1 минуту равно: $P = 60\omega o / \sqrt{\mu\rho^4 / 12} = 9,55\omega o \sqrt{\mu\rho^4 / 192}$

где $\mu\rho^4 = 16R(\rho/2)$

При $\mu = \infty$ и $\rho = 0$, получим $\mu\rho^4 = 16R(0) = 192$

$$P_c = 955\omega o = 955\sqrt{192EJ / l^3 m_1} \quad (26)$$

Из вышесказанного вытекает, что вибрационное машиностроение предстоит решать большое количество сложных и трудоемких задач по созданию методики расчета.

Список литературы:

1. Решетов Д. Н. Детали машин [Текст] : [Учебник для машиностроит. специальностей вузов] / Д. Н. Решетов, заслуж. деятель науки и техники РСФСР д-р техн. наук проф. - 2-е изд., испр. и перераб. - Москва : Машгиз, 1963. - 723 с. : ил.; 22 см.
2. Расчеты на прочность в машиностроении [Текст] / С. Д. Пономарев, В. Л. Бидерман, К. К. Лихарев и др. ; Под ред. д-ра техн. наук проф. С. Д. Пономарева. Т. 1: Теоретические основы и экспериментальные методы : Расчеты стержневых элементов конструкций при статической нагрузке. - Москва : Машгиз 1956. - 884 с. : ил.
3. Пригоровский Н. И., Прейсс А. К. Исследование напряжений и жесткости деталей машин на тензометрических моделях [Текст] / Акад. наук СССР. Ин-т машиноведения. - Москва : Изд-во Акад. наук СССР, 1958. - 232 с., 1 л. номогр. : ил.; 27 см.
4. Гончаревич И.Ф., Стрельников Л.П. Электровибрационная транспортная техника / Под ред. чл.-корр. АН СССР А.О. Спиваковского и доц. канд. техн. наук А.В. Евневича. - Москва : Госгортехиздат, 1959. - 261 с. : ил. ; 23 см.
5. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле [Текст] / пер. Я. Г. Пановко с 3-го америк. изд., переработ. совместно с Д. Х. Янгом. - Москва : Физматгиз, 1959. - 439 с. : черт.; 23 см.
6. Гобозов С.Ф., Джигоев В.К. Напряжения возникающие в рессорах рессорной системы электровибрационной машины. Научный журнал «Столыпинский вестник» Выпуск №8/2022.
7. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Иосилевич Г. Б. Расчеты на прочность деталей машин: Справочник / 4-е издание, перераб. и дополненное. М.: Машиностроение, 1993. - 639с.
8. Туричин А.М. Электрические измерения неэлектрических величин: [Учебное пособие для электротехнических вузов]//Изд. 4-е, переработанное. Издательство: "Энергия", 1966 г. - 692 с.

References:

1. Reshetov D. N. Machine parts [Text]: [Textbook for mechanical engineering specialties of universities] / D. N. Reshetov, Honored Scientist and Engineer of the RSFSR, Doctor of Technical Sciences, Professor. - 2nd ed., corrected and revised. - Moscow: Mashgiz, 1963. - 723 p.: ill.; 22 cm.
2. Strength calculations in mechanical engineering [Text] / S. D. Ponomarev, V. L. Biderman, K. K. Likharev et al.; Ed. by Doctor of Technical Sciences, Professor S. D. Ponomarev. Vol. 1: Theoretical foundations and experimental methods: Calculations of rod elements of structures under static load. - Moscow: Mashgiz 1956. - 884 p.: ill.
3. Prigorovsky N. I., Preiss A. K. Study of stresses and rigidity of machine parts on strain gauge models [Text] / USSR Academy of Sciences. Institute of Mechanical Engineering. - Moscow: Publishing house of the USSR Academy of Sciences, 1958. - 232 p., 1 p. nomogr.: ill.; 27 cm.
4. Goncharevich I. F., Strelnikov L. P. Electrovibration transport equipment / Ed. by Corresponding Member of the USSR Academy of Sciences A. O. Spivakovsky and Assoc. Prof. Cand. of Engineering Sciences A. V. Evnevich. - Moscow: Gosgortekhzdat, 1959. - 261 p.: ill.; 23 cm.
5. Timoshenko, S. P. Oscillations in engineering [Text] / trans. by Ya. G. Panovko from the 3rd American. ed., revised jointly with D. H. Yang. - Moscow: Fizmatgiz, 1959. - 439 p.: fig.; 23 cm.
6. Gobozov S. F., Dzhioev V. K. Stresses arising in springs of the spring system of an electrovibration machine. Scientific journal "Stolypin Bulletin" Issue No. 8/2022.
7. Birger I. A., Shorr B. F., Iosilevich G. B. Strength calculations of machine parts: Handbook / 4th edition, revised. Moscow: Mashinostroenie, 1993. - 639 p.
8. Turichin A. M. Electrical measurements of non-electrical quantities: [Study guide for electrical engineering universities] // 4th edition, revised. Publisher: "Energy", 1966. - 692 p.