ORES

Научно-практический электронный журнал
Оригинальные исследования (ОРИС), *ISSN 2222-0402*
www.ores.su
original-research.ru

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ РАСХОДОВ ПРЕДПРИЯТИЙ МЕТОДОМ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Беляева Марина Борисовна,
доцент кафедры математического моделирования, Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологий, г.Стерлитамак

Уткин Семён Олегович,
бакалавр, Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологий, г.Стерлитамак

Хисматуллин Эмиль,
магистр, Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологий, г.Стерлитамак

Окунев Глеб,
магистр, Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологий, г.Стерлитамак

Аннотация

В статье изложен метод анализа и прогнозирования экономических показателей с использованием вейвлетов. С помощью дискретной вейвлет-фильтрации произведена декомпозиция экономического временного ряда, выявлены локальные особенности. На основе вейвлет-преобразований и регрессионного анализа составлен прогноз экономических пока-зателей. Результаты получены средствами Wawelet Toolbox системы математического моде-лирования Matlab и приведены на примере затрат ООО «Суперстрой СТР».

Ключевые слова: wavelet, вейвлет-анализ, вейвлет-преобразования, экономика, затраты предприятия.

FORECASTING OF FINANCIAL EXPENSES OF ENTERPRISES BY THE METHOD OF WAVELET TRANSFORMATIONS

Belyaeva Marina Borisovna,
Associate Professor of the Department of Mathematical Modeling, Sterlitamak branch of Ufa University of Science and Technology, Sterlitamak

Utkin Semyon Olegovich,
Bachelor's degree, Sterlitamak branch of Ufa University of Science and Technology, Sterlitamak

Khismatullin Emil,
Master's degree, Sterlitamak branch of Ufa University of Science and Technology, Sterlitamak

Okunev Gleb,
Master's degree, Sterlitamak branch of Ufa University of Science and Technology, Sterlitamak

ABSTRACT

The article outlines a method for analyzing and forecasting economic indicators using wave-lets. Using discrete wavelet filtering, the economic time series was decomposed and local features were identified. Based on wavelet transforms and regression analysis, a forecast of economic indi-cators was compiled. The results were obtained using the Wawelet Toolbox of the Matlab mathe-matical modeling system and are shown using the example of costs of Superstroy STR LLC.

Keywords: wavelet, wavelet analysis, wavelet transforms, economics, enterprise costs.

Введение

В настоящее время существует множество способов анализа и прогнозирования временного ряда. Одной из самых главных проблем при оценке ряда является наличие в нём случайных значений. Наличие шумовой составляющей увеличивает сложность прогнозирования. Существуют разные способы очистки ряда от шумовых компонент. Одним из наиболее эффективных, является применение вейвлет-преобразования.

С помощью вейвлет-анализа удобно решаются многие практические задачи. Вейвлет-анализ является очень эффективным инструментом для работы. В основном вейвлет-преобразования используют для анализа и обработки сигналов и функций, которые нестационарны во времени или неоднородны в пространстве, когда в результате должны получиться расчеты которые содержат как сведения о частоте сигнала, так и данные об определенных локальных местах, где частотные составляющие сигнала быстро меняются.

Вейвлет функции базиса позволяют локализовать особенности анализируемых процессов, которые не могут быть выявлены с помощью традиционных преобразований Фурье и Лапласа. Вейвлет представление сигнала на разных уровнях разложения заключается в разделении функций приближения к сигналу на две части: аппроксимирующую - огрубленнную, с достаточно медленной временной динамикой изменений, и детализирующую - с локальной и быстрой динамикой изменений на фоне плавной динамики, с последующим их разбиением и детализацией на других уровнях декомпозиции сигнала. Это возможно как во временной, так и в частотной области представления сигналов вейвлет разложениями.

Вейвлет-преобразование - преобразование, схожее с преобразованием Фурье с совершенно иной оценочной функцией. Основное различие состоит в том, что преобразование Фурье раскладывает сигнал на составляющие в виде синусов и косинусов, а вейвлет-преобразование использует функции, локализованные как в реальном, так и в Фурье-пространстве [1,10]. Вейвлет-преобразование одномерного сигнала – это представление его в виде обобщенного ряда Фурье или его интеграла по системе базисных функций $\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{|a|}\right)$, построенных из исходного вейвлета $\psi(t)$,также называемого материнским, обладающего определенными свойствами из-за операций сдвига во времени (b) и изменения временного масштаба (a). Множитель $1\sqrt{a}$ обеспечивает независимость нормы этих функций от масштабирующего числа a .

Смысл непрерывного вейвлет-преобразования состоит в вычислении скалярного произведения (данная величина показывает схожесть двух составляющих) исследуемых данных с различными сдвигами определенного вейвлета на различных масштабах. В результате имеем определенный набор коэффициентов, которые показывают схожесть поведения процесса в данной точке на поведение вейвлета на определенном масштабе [1].

Основные функции образующие базисные вейвлеты, или так называемые материнские вейвлеты, приведены в таблице. 1.

Таблица 1.

Материнские вейвлеты

Вейвлеты	Аналитическая запись, ψ(t)	Спектральная плотность ψ(ω)
Вещественные непрерывные базисы		
Гауссовы: - первого порядка, или WAVE-вейвлет,	$-t\,exp(-t^2/2)$	$(i\omega)\sqrt{2\pi}\,exp(-\omega^2/2)$
- второго порядка, или MHAT-вейвлет “мексиканская шляпа” - (mexican hat),	$(1-t^2)\,exp(-t^2/2)$	$(i\omega)^2\sqrt{2\pi}\,exp(-\omega^2/2)$
- n - го порядка	$(-1)^n \frac{d^n}{dt^n}[exp(-t^2/2)]$	$(-1)^n(i\omega)^2\sqrt{2\pi}\,exp(-\omega^2/2)$
DOG – difference of gaussians	$e^{-t^2 2} - 0{,}5e^{-t^2/8}$	$\sqrt{2\pi}\,(e^{-\omega^2/2} - e^{-2\omega^2})$
LP – Littlewood & Paley	$(\pi t)^{-1}(sin\,2\pi t - sin\,\pi t)$	$\begin{cases}(2\pi)^{-1/2}, \pi \le \lvert t\rvert \le 2\pi\\ 0, \text{в противном случае}\end{cases}$
Вещественные дискретные		
HAAR – вейвлет	$\ge \begin{cases}1, 0 \le t \le 1/2,\\ -1, 1/2, \le t \le 1,\\ 0, t < 0, t > 0.\end{cases}$	$ie^{i\omega/2}\frac{sin^2\,\omega/4}{\omega/4}$
FHAT – вейвлет, или “французская шляпа” (French hat – похож на цилиндр)	$\ge \begin{cases}1, \lvert t\rvert \le 1/3,\\ -1/2, 1/3, \le \lvert t\rvert \le 1,\\ 0, \lvert t\rvert > 1.\end{cases}$	$\frac{4}{3}\frac{sin^3\,\omega/3}{\omega/3}$
Комплексные		
Морле (Morlet)	$e^{i\omega_0 t}e^{-t^2/2}$	$\sigma(\omega)\sqrt{2\pi}e^{-(\omega-\omega_0)^2/2}$
Пауля (Paul) (чем больше	$\Gamma(n+1)\frac{i^n}{(1-n)^{n+1}}$	$\sigma(\omega)\sqrt{2\pi}(\omega)^n e^{-\omega}$

n, тем больше нулевых моментов имеет вейвлет)		

Самые часто встречающиеся вещественные базисы строятся на основе производных функции Гаусса ($g_0(t) = exp(-t^2 / 2)$) . Это объясняется тем обстоятельством, что у функции Гаусса наилучшие показатели локализации как в частотной, так и во временной областях.

Основные результаты

В общем виде для прогозирования производится вейвлет-преобразование исходного временного ряда, в результате чего получим набор вейвлет-коэффициентов (вейвлет-спектр) W(a,b) в широком диапазоне масштабов.

$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\sim\infty}^{\infty} f(t) \varphi^*(\frac{t-b}{a}) dt,$ (1)

где $a, b \in R$, a>0

Используем MHAT – вейвлет, задаваемый двухкратным дифференциированием функции Гаусса:

$\varphi(t) = \frac{d^2}{dt^2} e^{-t^2/2} = (1-t^2) e^{-t^2/2}$ (2)

Преобразование Фурье этого вевлета имеет вид:

$$\varphi(\omega) = \sqrt{2\pi\omega^2 e^{-\omega^2/2}}$$

Компоненты вейвлет – пребразования модельного ряда Y(t) представляют собой сумму шумовой компонеты $Yc(t)$, осциллирующей компоненты $Ys(t)$, и линейного тренда $Y(t)$ [5].

$Y(t) = Y_\varsigma(t) + Y_s(t) + Y_\tau(t)$ (3)

Компоненты вейвлет-спектра каждого масштаба (экстраполируются в будущий период времени. Причем для каждого из масштабов вейвлет – спектра применяются соответствующиее отображение – предиктор F.[2].

Для крупномасштабных (низкочастотных) компонентов, которые, как предпологается, ответственны за трендовую часть временного ряда, используется линейная или полиноминальная экстраполяция. В общем виде записываем:

$F: W(a,b) \to W_s(a', b'),$ (4)

где $W_s(a', b') -$ набор прогнозных вейвлет $-$ коэффициентов.

$f(t) = \frac{1}{C_v} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(a,b) \varphi(\frac{t-b}{a}) \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{dadb}{a^2},$

где $c_v = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 |\omega|^{-1} d\omega$ – нормирующий коэффициент.

Компоненты a', b' выбираются исходя из горизонта прогнозирования. Крупномасштабные вейвлет-компоненты описываются уравнением:

$Y(t) = a_0 + a_1 t + \frac{a_2}{2} t^2 + \cdots + \frac{a_p}{p!} t^p + \xi$ (5)

Для аппроксимации оказывается возможным применить набор экспоненциальных средних k-того порядка:

$S^{[k]}(t) = a \sum_{i=0}^{n} (1-a) S^{[k]}(t - \Delta t)$ (6)

где для нахождения $S^{[k]}(t)$ нужно воспользоваться формулой Брауна-Майера:

$$S^{[k]}(t) = a \sum_{p=0}^{n} (-1)^p \frac{a_p \alpha\beta}{p!\,(k-1)} \sum_{j=0}^{\infty} j^p \beta^j \frac{(p-1+j)!}{j!}.$$

Для среднемасштабных (среднечастотных) компонент вейвлет-спектра, для которых характерна осцилляция вокруг некоего среднего, можно использовать авторегрессионые методы.

Мелкомасштабные (высокочастотные) составляющие, в которых, как предполагается, основной вклад вносят не поддающиеся прогнозу стохастические процессы, игнорируются. Выбор оптимального сочетания методов прогноза в зависимости от масштаба прогнозируемой вейвлет-компоненты обусловлен тем, что ввиду замены бесконечного интегрирования конечной суммой при численной реализации алгоритма непрерывного вейвлет-преобразования может происходить отбрасывание наиболее крупномасштабных вейвлет-компонентов. Поэтому вейвлет-прогнозу лучше подвергать детрендированный, отчищенный от шума ряд, из которого дополнительно вычесть нулевую составляющую [3].

Имея в распоряжении прогнозные значения коэффициентов вейвлет-разложения можно синтезировать прогнозные значения временного ряда путем обратного вейвлет-преобразования.

$$f(t) = \frac{1}{C_v}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w\,(a,b)\varphi(\frac{t-b}{a})\frac{1}{\sqrt{a}}\frac{dadb}{a^2}, \qquad (7)$$

где $c_v = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2\, |\omega|^{-1} d\omega$ – нормирующий коэффициент.

Вейвлет-анализ широко применяется в предсказании курсов ценных бумаг, экономических показателей предсказании землетрясений, прогнозирование погодных условий, социологических процессов и ранней медицинской диагностике. Вейвлеты успешно применяются для очистки сигналов от шумовых компонент и придания им большей гладкости.

Алгорпитм применения вейвлетов для прогнозирования выглядит следующим образом:

Шаг 1. Необходимо провести декомпозицию исходного ряда с помощью вейвлет-преобразования и разделить его на вейвлет коэффициенты. Вейвлет функция выбирается в зависимости от вида ряда, и от целей которые ставятся перед исследователем.

Шаг 2. Необходимо выделить трендовую составляющую ряда. При использовании вейвлет преобразований в качестве трендовой составляющей ряда берутся коэффициенты аппроксимации, полученные в результате вейвлет разложения данного ряда.

Шаг 3. Необходимо выделить шумовую составляющую исследуемого ряда и удалить её из ряда. Удаление шумовых компонентов заключается в удалении непериодических скачков из коэффициентов детализации. Вейвлет фильтр в данном случае выбирается опытным путём, опираясь на характеристики исходного ряда.

Шаг 4. Необходимо произвести обратное дискретное вейвлет-преобразование на основе коэффициентов аппроксимации и восстановленных коэффициентов детализации.

Шаг 5. Постройка прогноза на основе коэффициентов аппроксимации и восстановленного ряда.

Самыми распространёнными в использовании являются вейвлет «Мексиканская шляпа» и вейвлет Добеши, так как они достаточно просты в использовании и с их помощью легко восстанавливать сигналы и функции. Данная методика успешно примененяется для прогнозирования курса валютных пар и других динамических процессов с большим влиянием случайных факторов.

Для проведения вычислительного эксперимента в работе были проанализированы затраты ООО «Суперстрой СТР», основным видом деятельности которого является строительство жилых и нежилых зданий. Для построения прогноза рассмотрим ежемесячные затраты предприятия за период с 06.02.2022 по 06.05.2023 года (рис. 1.).

Рис. 1. Затраты ежемесячно ООО «Суперстрой СТР»

Анализируя ряд, можно сделать вывод, что явно прослеживается тренд, циклическая и случайная составляющая.

На первом этапе необходимо провести декомпозицию экономического временного ряда с помощью вейвлет-преобразования. После многократного проведения исследований для разложения сигнала и удаления шумовых коэффициентов был выбран вейвлет Добеши 10 порядка [4], так как он обеспечивает наибольшую точность разложения, и является достаточно пластичным для масштабирования и обеспечивает гладкость восстановленного временного ряда в дальнейшем.

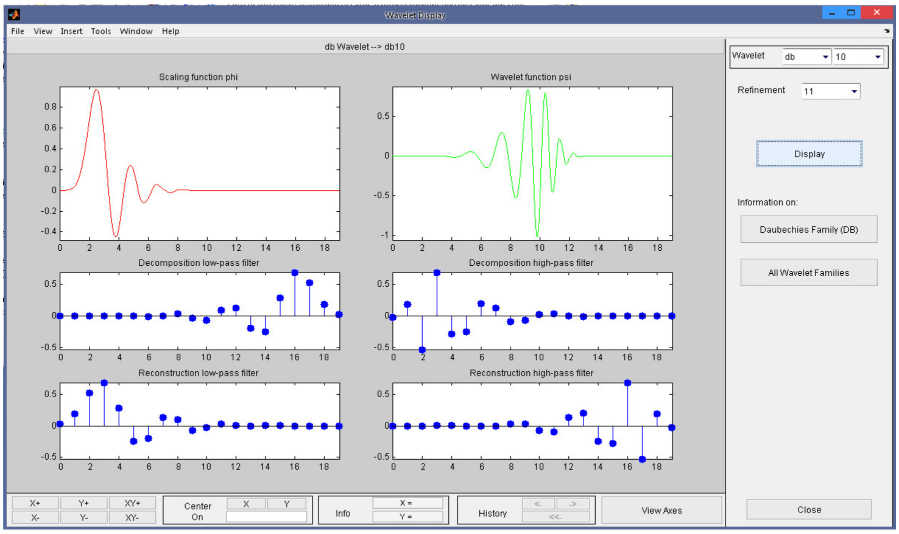

Рис. 2. Вейвлет Добеши

Был проведен одномерный дискретный анализ ряда с помощью вейвлета Добеши 10. На рисунке 3. показаны графики коэффициентов аппроксимации, и коэффициентов детализации до 5 уровня.

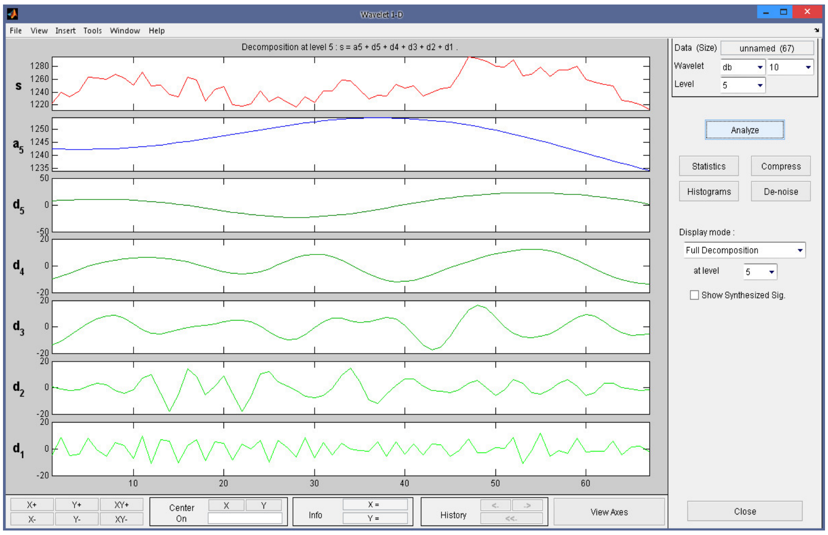

Рис. 3. Разложение ряда.

Далее отдельно рассмотрены коэффициенты аппроксимации первого уровня, которые в большинстве случаев и отвечают за трендовую часть ряда рис. 4.

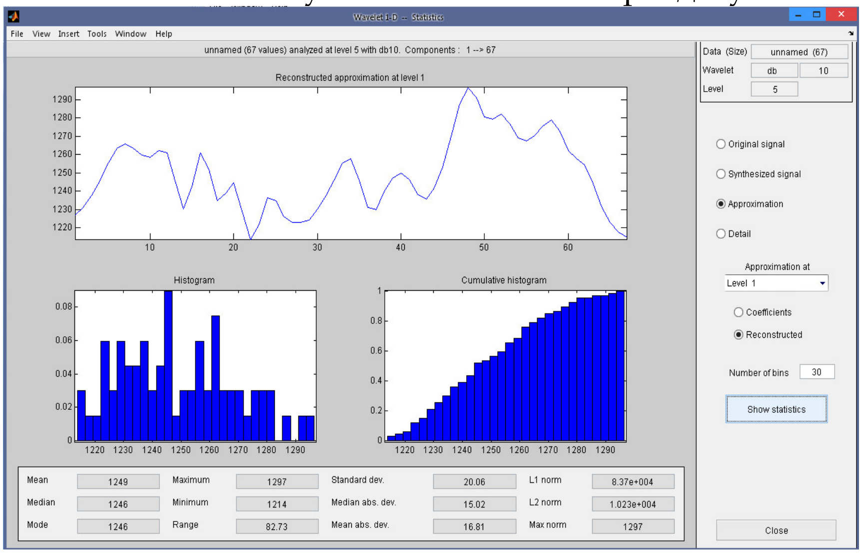

Рис. 2.4. Коэффициенты аппороксимации.

Аналогично были проанализированы коэффициенты детализации первого уровня. В большинстве случаев они отвечают за шумовую составляющую ряда (рис. 5.).

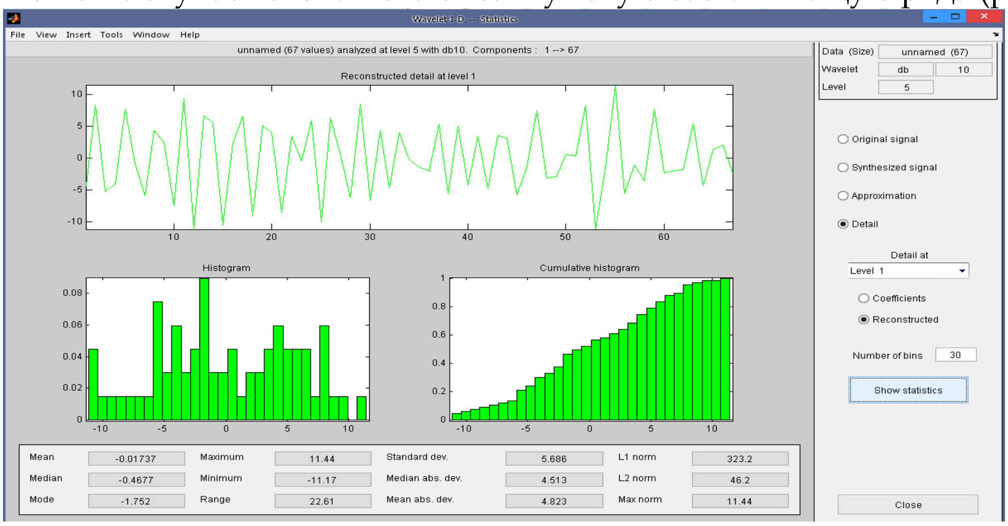

Рис. 5. Коэффициенты детализации.

Аналогичные исследования были проведены также с помощью встроенных функций Matlab, частично увеличив мощность фильтра. Восстановленные ряды представлены на рисунке 6.

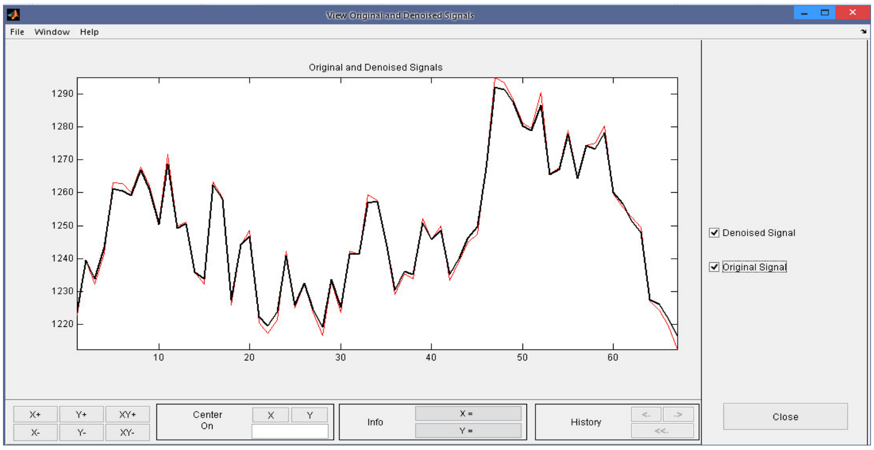

Рис. 6. Восстановленные ряды.

Анализируя полученные результаты можно сказать, что динамика ряда практически точно восстанавливается с помощью полученных преобразований, следовательно, модель можно использовать для прогнозирования.

В результате обратного преобразования был получен краткосрочный прогноз. Для построения долгосрочного необходимо очистить исходный ряд с помощью коэффициентов детализации и построить трендовую модель на основе метода наименьших квадратов.

В качестве регрессионной модели выбрано уравнение

$$y = 0{,}2424t^3 - 6{,}9216t^2 + 51{,}051t + 1707{,}1\,.$$

Коэффициент детерминации построенной модели R2 = 0,92, F-статистика Фишера равна 332 при теоретическом значении, равном 3,15 (уровень значимости α = 0,95); значения t-статистики для коэффициентов модели равны соответственно: t1 = 15, t2 = 9, t3 = 3,6 (теоретическое значение t-статистики Стьюдента при уровне значимости 0,95 tT = 1,67).

После проверки адекватности модели провели анализ на остаточные компоненты. Проверив гипотезу о нормальном распределении остатков с помощью критерия Пирсона, расчеты показали, что модель удовлетворяет всем критериям, следовательно, она адекватна. Точность построенной модели составляет 95%. Далее с помощью регрессионной модели были полученные точечные и интервальные прогнозы, а также фактические данные затрат в периодах прогнозирования. (таблица 2)

Таблица 2.

Сравнение прогнозных данных и действительных значений затрат ООО «Суперстрой СТР»

Дата	Прогноз	Действительные значения	Ошибка %	Нижняя граница	Верхняя граница
20.05.2024	1220,765	1215	0,47	1213,52	1228,01
27.05.2024	1224,52	1214	0,87	1211,26	1237,78
03.06.2024	1232,275	1213	1,59	1207,80	1256,75
10.06.2024	1244,623	1246	0,11	1227,35	1261,90

Сравнительный анализ показывает, что все прогнозы подтверждаются. Относительная ошибка составляет не более 2%, что свидетельствует о высоком качестве модели.

Заключение

Основным источником информации о краткосрочных тенденциях в экономике являются временные ряды статистических показателей помесячной динамики. Однако сопоставление уровней таких рядов обычно не позволяет делать выводы о краткосрочных тенденциях непосредственно, без проведения расчетов. Причина в том, что эти временные ряды содержат календарные, сезонные и нерегулярные (шумовые) составляющие, не несущие информации о краткосрочных тенденциях и затрудняющие идентификацию последних. Для анализа краткосрочных тенденций экономической динамики ряды должны быть подвергнуты обработке с целью удаления из них этих составляющих.

Список литературы:

1. Бурнаев Е.В. Применение вейвлет-преобразования для анализа экономических временных рядов // Математическое моделирование развивающихся экономических систем. Киров: ВятГУ, 2006. С. 95-170.
2. Захаров В.Г. Вейвлет анализ: теория и приложения. Ч. 1. Непрерывное вейвлет-преобразование. Пермь: ПГУ, 2003. 100 с.
3. Переберин А.В. О систематизации вейвлет-преобразований // Вычислительные методы и программирование, 2002. Т. 2. С. 15-40.
4. Святкина С.А., Беляева М.Б. Прогнозирование временных рядов с помощью вейвлет-преобразований // Актуальные проблемы прикладной математики, механики и комп. моделирования: Матер. I Всерос. молодеж. науч.-прак. конф. Стерлитамак: РИО СФ БашГУ, 2016. С.146-152.
5. Слинькова Н.В. Снижение рисков инвестиционной деятельности на основе вейвлет-анализа и прогнозирования коротких временных рядов. Воронеж, 2007. 163 с.
6. Филиппов Т.К. Применение вейвлет-преобразования информации при техническом анализе экономических данных //Научно-технические ведомости. СПбГПУ, 2012. № 5. С. 95-99.

References:

1. Burnayev E. V. Use of wavelet transformations for signal analysis: training manual. M. Moscow Physico-technical In-t (State Art. June), 2007. 111 s. [in Russian].
2. V.G. Wavelet Literature: The Thaw and Tides. P. 1. Continuous Wavelet-Preexposure. Perm: PGU, 2003. 100 p. [in Russian].
3. Pereberin A.V. On the systematization of wavelet transformations // Computational methods and programming, 2002. Vol. 2. pp. 15-40. [in Russian].
4. Svyatkina S.A., Belyaeva M.B. Forecasting time series using wavelet transformations // Actual problems of applied mathematics, mechanics and comp. Modeling: Mater. I am all grown up. youth. scientific and practical. conf. Sterlitamak: RIO SF Bashgu, 2016. pp.146-152. [in Russian].
5. Slinkova N.V. Reducing the risks of investment activity based on wavelet analysis and forecasting of short time series. Voronezh, 2007. 163 p. [in Russian].
6. Filippov, t. k. Application of wavelet transformation of information in technical analysis of economic data /Scientific and technical statements. SPbGPU, 2012. 5. p. 95-99. [in Russian].