

УДК 621.314.1

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
НА ОСНОВЕ АПЕРИОДИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ
ПОВЫШАЮЩЕГО-ПОНИЖАЮЩЕГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ
ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ****Бахвалов Александр Владимирович**студент 4 курса Северного (Арктического) федерального университета имени М.В.
Ломоносова

E-mail: bahvalov.a@edu.narfu.ru

Сковпень Сергей Михайлович

Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова

E-mail: s.skovpen@narfu.ru

Аннотация

В статье приведена методика разработки математической модели системы управления на основе апериодического регулятора для импульсного повышающего-понижающего преобразователя постоянного напряжения. В системе Matlab выполнено моделирование замкнутой системы регулирования выходного напряжения преобразователя при скачкообразном изменении нагрузки. Приведены результаты моделирования в форме графиков переходных процессов, полученных путём решения системы разностных уравнений. При малых отклонениях от положения равновесия переходные процессы завершаются за три периода коммутации ключевого элемента, т.е. за минимально возможное время.

Ключевые слова: повышающе-понижающий преобразователь напряжения, широтно-импульсная модуляция, апериодический регулятор, математическая модель, разностное уравнение.

**DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF A CONTROL SYSTEM
BASED ON AN APERIODIC REGULATOR FOR A STEP-UP/STEP-DOWN DC
VOLTAGE CONVERTER****Alexander V. Bakhvalov,**

4th year student of the Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov

E-mail: bahvalov.a@edu.narfu.ru

Sergey M. Skovpen,

Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov

E-mail: s.skovpen@narfu.ru

ABSTRACT

The article presents a methodology for developing a mathematical model of a control system based on an aperiodic regulator for a pulsed step-up-step DC voltage converter. In the Matlab system, a simulation of a closed converter output voltage control system was performed with an abrupt load change. The results of modeling in the form of graphs of transients obtained by solving a system of difference equations are presented. With small deviations from the equilibrium position, transients are completed in three periods of switching of the key element, i.e. in the shortest possible time.

Keywords: step-down voltage converter, pulse width modulation, aperiodic regulator, mathematical model, difference equation.

Импульсные полупроводниковые преобразователи постоянного напряжения с реактивными LC-накопителями энергии широко применяются в системах питания электроприводов, а также для создания высокоэффективных источников питания различных установок, где необходимо регулировать и стабилизировать выходные параметры электроэнергии при изменяющейся эквивалентной нагрузке. Необходимое качество регулирования может быть достигнуто лишь в замкнутых автоматических системах управления, основой которых, как правило, является типовой регулятор пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) типа [1, 2]. Несмотря на то, что такие регуляторы хорошо изучены и давно применяются в системах управления преобразователей, по-прежнему остаётся актуальной проблема создания новых типов регуляторов для обеспечения высоких динамических показателей.

В статье решается задача разработки математической модели замкнутой системы регулирования выходного напряжения на основе импульсного повышающе-понижающего преобразователя [3] при работе на активную нагрузку. Схема силовой части повышающе-понижающего преобразователя напряжения (ПППН) и структура системы управления (СУ) приведены на рис. 1, временные диаграммы работы преобразователя показаны на рис. 2. Основой системы управления является аperiодический регулятор (АР), реализующий прямое аperiодическое управление [4]. Широтно-импульсный модулятор образован генератором развёртки (ГР) и компаратором-формирователем (КФ), срабатывающим, когда сигнал на выходе АР равен нулю ($u_p = 0$). При построении математической модели ПППН приняты следующие допущения:

- источник напряжения U считается идеальным, с внутренним сопротивлением, равным нулю;
- ключевой элемент (транзистор) VT и диод VD считаются безынерционными, с нулевым сопротивлением в открытом состоянии и бесконечно большим в запертом состоянии;
- реактивные элементы преобразователя (дроссель L и конденсатор C) и нагрузка R являются линейными.

Математическая модель замкнутой системы состоит из трёх разностных уравнений первого порядка: двух уравнений силовой части и одного уравнения замыкания (системы управления).

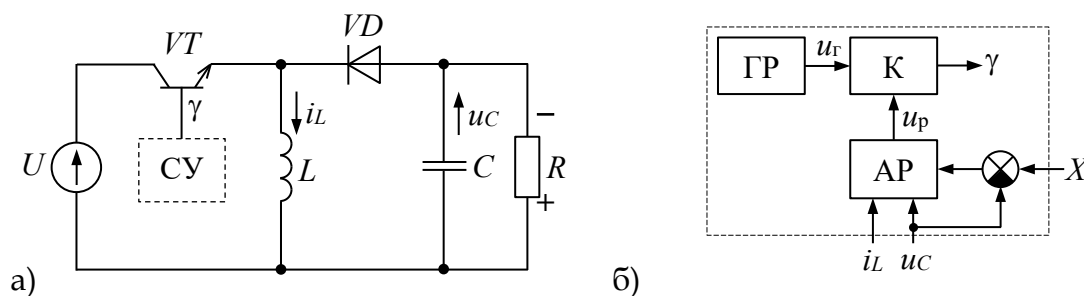


Рисунок 1. Схема силовой части ПППН (а) и структура СУ (б) (рисунок автора)

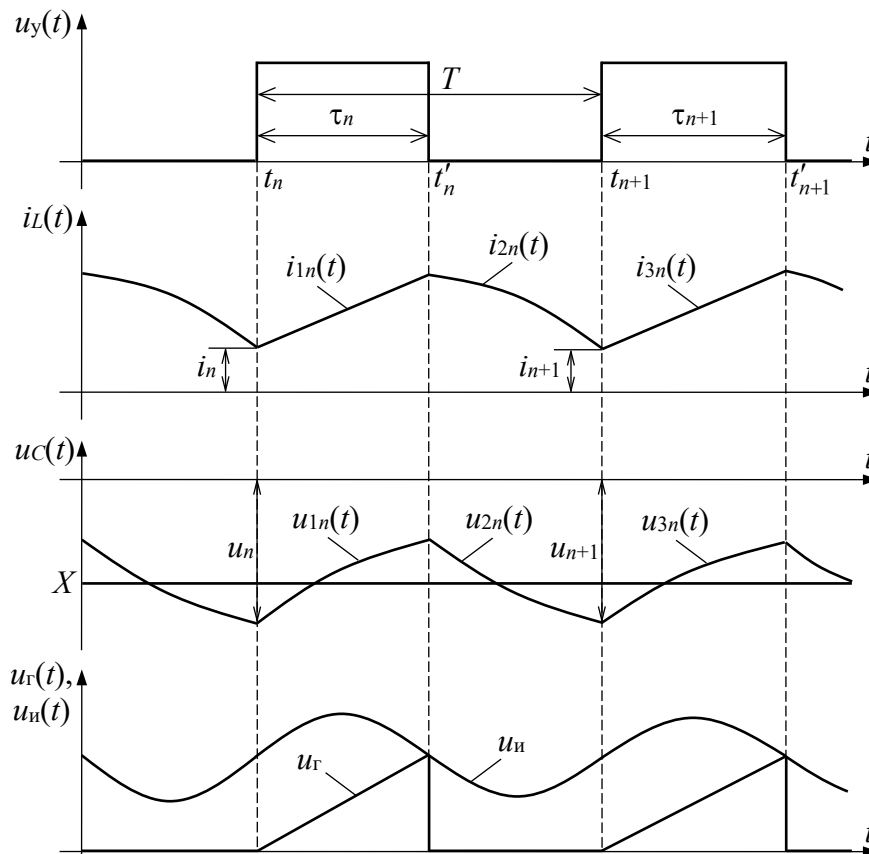


Рисунок 2. Временные диаграммы работы ПППН (рисунок автора)

Запишем уравнения Кирхгофа в дифференциальной форме относительно тока i_L и напряжения u_C для двух интервалов работы преобразователя:

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = U; \\ C \frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{R}; \end{cases} \gamma T \in [0; \tau]; \quad \begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = -u_C; \\ C \frac{du_C}{dt} = i_L - \frac{u_C}{R}; \end{cases} \gamma T \in [\tau; T], \quad (1)$$

где $T = 1/f$ – период коммутации;

f – частота коммутации;

τ – длительность импульса управления;

$\gamma = \tau/T$ – коэффициент заполнения импульса.

Из (1) найдём выражения для тока в дросселе и напряжения на конденсаторе:

$$i_L(t) = \frac{u_C(0)}{R} + \frac{1}{p_1 - p_2} \left(i_L(0) - \frac{u_C(0)}{R} \right) \cdot \left(p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t} + \frac{1}{RC} e^{p_1 t} - \frac{1}{RC} e^{p_2 t} \right) -$$

$$-\frac{1}{p_1 - p_2} \cdot \frac{u_C(0)}{L} \cdot \left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t} + \frac{(e^{p_1 t} - 1)}{RCp_1} - \frac{(e^{p_2 t} - 1)}{RCp_2} \right);$$

$$u_C(t) = u_C(0) + \frac{1}{p_1 - p_2} \cdot \left[\left(\frac{i_L(0)}{C} - \frac{u_C(0)}{RC} \right) \cdot (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) - \frac{u_C(0)}{LC} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{1}{p_1} (e^{p_1 t} - 1) - \frac{1}{p_2} (e^{p_2 t} - 1) \right) \right],$$

где $u_C(0)$ – напряжение на конденсаторе в момент времени t_n ;

$i_L(0)$ – ток в дросселе в момент времени t_n ;

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} - \frac{1}{LC}}$$

Связь между токами i_n , i_{n+1} и напряжениями u_n , u_{n+1} найдём из условия равенства и непрерывности тока i_L и напряжения u_C в момент времени t'_n . В результате получим систему из двух нелинейных разностных уравнений:

$$u_{n+1}(t) - u_n \cdot e^{-\frac{\tau_n}{RC}} - \frac{1}{p_1 - p_2} \cdot \left[\left(\frac{i_n + U\tau_n / L - u_n \cdot e^{-\frac{\tau_n}{RC}}}{C} \right) \cdot (e^{p_1(T-\tau_n)} - e^{p_2(T-\tau_n)}) - \right. \\ \left. - \frac{u_n \cdot e^{-\frac{\tau_n}{RC}}}{LC} \cdot \left(\frac{1}{p_1} (e^{p_1(T-\tau_n)} - 1) - \frac{1}{p_2} (e^{p_2(T-\tau_n)} - 1) \right) \right] = 0$$

$$i_{n+1}(t) - \frac{u_n \cdot e^{-\frac{\tau_n}{RC}}}{R} - \frac{1}{p_1 - p_2} \cdot \left(i_n + U\tau_n / L - u_n \cdot e^{-\frac{\tau_n}{RC}} / R \right) \times \\ \times \left(p_1 e^{p_1(T-\tau_n)} - p_2 e^{p_2(T-\tau_n)} + \frac{1}{RC} e^{p_1(T-\tau_n)} - \frac{1}{RC} e^{p_2(T-\tau_n)} \right) + \\ + \frac{u_n \cdot e^{-\frac{\tau_n}{RC}}}{L(p_1 - p_2)} \cdot \left(e^{p_1(T-\tau_n)} - e^{p_2(T-\tau_n)} + \frac{(e^{p_1(T-\tau_n)} - 1)}{RCp_1} - \frac{(e^{p_2(T-\tau_n)} - 1)}{RCp_2} \right) = 0$$

Основой АР является интегральный регулятор, реализующий закон управления в форме:

$$u_n = \frac{1}{T_n} \int_{t'_n}^{t'_{n+1}} [X - u_C(t)] dt, \quad (3)$$

где T_n – постоянная времени интегратора; X – сигнал задания по напряжению.

Разностное уравнение СУ получим из (3) с учётом $u_n(t'_{n+1}) = u_n(t'_{n+1})$:

$$k_r(\tau_{n+1} - \tau_n) - \frac{1}{T_n} \cdot \left[X \cdot (T + \tau_{n+1} - \tau_n) - u_n e^{-\frac{\tau_n}{RC}} (T - \tau_n) - \frac{1}{p_1 - p_2} \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \left(\frac{i_n}{C} + \frac{U\tau_n}{LC} - \frac{u_n \cdot e^{-\frac{\tau_n}{RC}}}{RC} \right) \cdot \left(\frac{(e^{p_1(T-\tau_n)} - 1)}{p_1} - \frac{(e^{p_2(T-\tau_n)} - 1)}{p_2} \right) - \frac{u_n \cdot e^{-\frac{\tau_n}{RC}}}{LC} \right\} \times \\ & \times \left(\frac{e^{p_1(T-\tau_n)}}{p_1^2} - \frac{1}{p_1^2} - \frac{T-\tau_n}{p_1} - \frac{e^{p_2(T-\tau_n)}}{p_2^2} + \frac{1}{p_2^2} + \frac{T-\tau_n}{p_2} \right) \Bigg\} - RC \times \\ & \times \left(1 - e^{-\frac{\tau_{n+1}}{RC}} \right) \cdot \left(u_n e^{-\frac{\tau_n}{RC}} + \frac{1}{p_1 - p_2} \cdot \left\{ \left(\frac{i_n}{C} + \frac{U\tau_n}{LC} - \frac{u_n \cdot e^{-\frac{\tau_n}{RC}}}{RC} \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \left(e^{p_1(T-\tau_n)} - e^{p_2(T-\tau_n)} \right) - \frac{u_n e^{-\frac{\tau_n}{RC}}}{LC} \cdot \left(\frac{(e^{p_1(T-\tau_n)} - 1)}{p_1} - \frac{(e^{p_2(T-\tau_n)} - 1)}{p_2} \right) \right\} \right) \Bigg] + \end{aligned} \tag{4}$$

$$+ h_1 \Delta \tau_n + h_2 \Delta u_n + h_3 \Delta i_n = 0,$$

где $\Delta \tau_n = \tau_{n+1} - \tau_n$, $\Delta i_n = i_{n+1} - i_n$, $\Delta u_n = u_{n+1} - u_n$ - разности первого порядка;

h_1, h_2 и h_3 - коэффициенты АР.

После линеаризации (2) и (4) получим систему уравнений в приращениях и по методике, описанной в [5], найдём коэффициенты h_1, h_2 и h_3 , которые предварительно рассчитываются для заданного диапазона изменения нагрузки R и входного напряжения U при постоянстве сигнала задания $X = 24$ В.

Для оценки эффективности АР выполнено моделирование динамических режимов работы ПППН и построены графики переходных процессов для двух вариантов СУ - с оптимальным по быстродействию ПИД-регулятором и АР.

Решение системы разностных уравнений выполнялось при следующих параметрах преобразователя и системы управления: $U = 12$ В; $L = 1$ мГн; $C = 200$ мкФ; $R = 0,5$ Ом; $T = 100$ мкс; $X = 24$ В; $T_i = 1$ мс; $k_g = 5 \cdot 10^5$ В/с.

При отклонениях нагрузки от номинального значения и при изменении входного напряжения переходные процессы в схеме с ПИД-регулятором затягиваются на несколько тактов, в то время как СУ с АР обеспечивает не только устойчивость, но и близкое к оптимальному быстродействие.

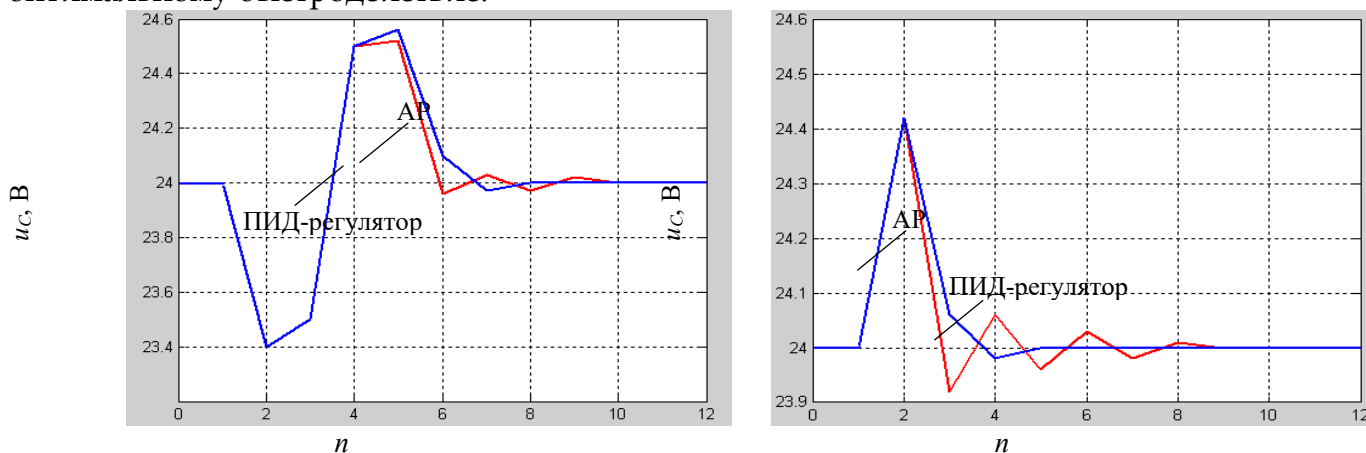


Рисунок 3. Переходные процессы при скачкообразном изменении нагрузки ($X = 24$ В, $U = 12$ В, $R_0 = 1,0$ Ом): а) $R = 0,9$ Ом; б) $R = 1,1$ Ом (рисунок автора)

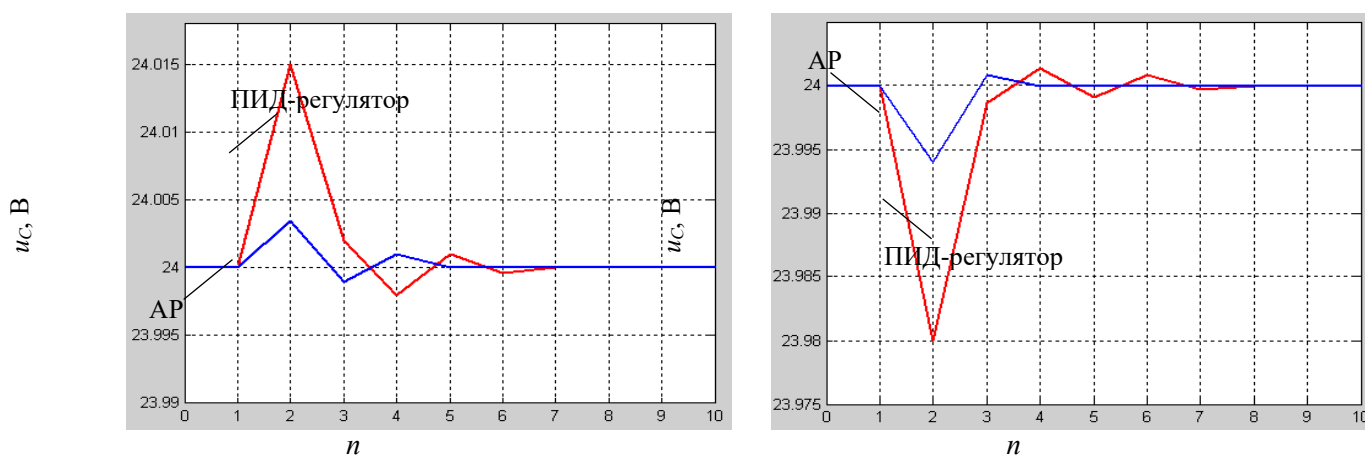


Рисунок 4. Переходные процессы при скачкообразном изменении входного напряжения ($U_0 = 12$ В, $X = 5$ В, $R = 0,5$ Ом): а) $U = 10$ В; б) $U = 14$ В (рисунок автора)

Результаты моделирования показали, что AP при малых отклонениях от состояния равновесия обеспечивает быстродействие близкое к максимальному, в то время как ПИД-регулятор работает оптимально только для единственного сочетания параметров, соответствующего рабочей точке.

Список литературы:

1. Востриков А.С., Французова Г.А. Теория автоматического регулирования. – М.: Высшая школа, 2006. – 365 с.
2. Денисенко В.В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // СТА, 2006. – № 4. – С. 66-74.
3. Розанов Ю.К. Силовая электроника. – М.: Издательский дом МЭИ, 2009. – 623 с.
4. Изерман Р. Цифровые системы управления. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
5. Исхаков А.С., Пospelов В.Я., Сквopень С.М. Прямое апериодическое управление и его применение в полупроводниковых преобразователях // Электричество, 2018. – № 4. – С. 42-49.

References:

1. Vostrikov A.S., Frantsuzova G.A. Theory of automatic regulation. – M.: Higher School, 2006. – 365 p.
2. Denisenko V.V. PID controllers: principles of construction and modification // STA, 2006. – No. 4. – pp. 66-74.
3. Rozanov Yu.K. Power electronics. – M.: MPEI Publishing House, 2009. – 623 p.
4. Iserman R. Digital control systems. – M.: Mir, 1984. – 541 p.
5. Iskhakov A.S., Pospelov V.Ya., Skovpen S.M. Direct aperiodic control and its application in semiconductor converters // Electricity, 2018. – No. 4. – P. 42-49.
6. 023 May 8. PMID: 37164794.