

УДК 531.011

ПРИНЦИП ОТВЕРДЕВАНИЯ В ЗАДАЧАХ СТАТИКИ**Тарсис Екатерина Юрьевна,**канд. техн. наук, доцент кафедры математики и физики
Новосибирский Государственный Аграрный Университет
ytarsis@mail.ru**Аннотация**

В основу раздела статика теоретической механики положены аксиомы, включающие принцип отвердевания. В работе рассматривается необходимость ссылки на принцип отвердевания для обоснования некоторых способов решения задач геометрической статики. При решении задач статики по определению реакций связей обычно применяется расчет по недеформированному состоянию объекта. На основании принципа отвердевания обсуждается возможность и допустимость такого подхода. Работа может представлять интерес для преподавателей курса теоретической механики в высших технических учебных заведениях.

Ключевые слова: аксиомы статики, принцип отвердевания, эффективные способы определения реакций внешних связей в системах тел, расчет по недеформированному и деформированному состояниям.

THE PRINCIPLE OF SOLIDIFICATION IN STATIC PROBLEMS**Tarsis Ekaterina Yurievna,**Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics and
Physics
Novosibirsk State Agrarian University**ABSTRACT**

The statics section of theoretical mechanics is based on axioms that include the principle of solidification. The paper discusses the necessity to refer to the principle of solidification to justify some methods for solving problems of geometric statics. When solving statics problems to determine the reactions of bonds, calculations based on the undeformed state of the object are usually used. Based on the principle of solidification, the possibility and feasibility of such an approach is discussed. The work may be of interest to teachers of theoretical mechanics courses at higher technical educational institutions.

Keywords: axioms of statics, the principle of solidification, the effective ways to determine the reactions of external bonds in body systems, the calculations for undeformed and deformed states.

Введение

В начале раздела статика теоретической механики приводятся аксиомы, на основе которых строится дальнейшее изложение содержания раздела. Полная совокупность аксиом приведена, например, в [1], где 6-я аксиома (принцип отвердевания) сформулирована следующим образом: «если деформируемое тело находится в равновесии, то равновесие его без изменения системы приложенных сил не нарушится от наложения на точки тела дополнительных связей, включая превращение деформируемого тела в абсолютно твердое». В некоторых учебных пособиях, например в [2], эта аксиома вообще не упоминается. Общим для упомянутых источников является тот факт, что в дальнейшем изложении материала раздела не содержится никакого упоминания о необходимости использования принципа отвердевания. Единственным следствием из этого принципа в [1], является утверждение, что условия равновесия абсолютно твердого тела являются необходимыми, но недостаточными, для равновесия деформируемого тела. Так, для того, чтобы нить находилась в равновесии, требуется, чтобы действующие на нее силы растягивали нить, а не сжимали.

Автор настоящей работы полагает, что принцип отвердевания может оказаться необходимым в обосновании решений задач статики, но выяснение этого выходит за рамки традиционно излагаемого курса теоретической механики и, на взгляд автора, требует отдельного рассмотрения. Одной из основных задач статики является установление условий равновесия тел и систем тел, находящихся под действием различных систем сил. Далее на основании установленных условий равновесия записываются уравнения равновесия, из которых, в случае их разрешимости, определяются неизвестные силы по заданным известным силам и геометрическим параметрам задачи. Как правило, неизвестными являются реакции связей, а известными заданные или активные силы.

Условия равновесия далеко не всегда предполагают разрешимость следующих из них систем уравнений равновесия. Читатель наверняка знаком с классом подобных задач, где число неизвестных реакций связей больше числа уравнений равновесия. Такие задачи называются статически неопределенными, а их решение изучается в курсах сопротивления материалов и строительной механики. Эти решения основаны на отказе от понятия абсолютно твердого тела и учитывают деформации тел. Таким образом, при решении статически неопределенных задач уравнения статики дополняются уравнениями совместности деформаций. Если же число неизвестных меньше числа уравнений, то такая задача также считается статически неопределенной. Как правило, в этом случае система не может находиться в равновесии под действием произвольной системы сил и является механизмом или кинематической цепью. Отдельным классом систем являются так называемые мгновенно изменяемые или вырожденные системы, о которых также будет идти речь в данной работе. В любом случае, имеем ли мы дело со статически определенной или статически неопределенной задачей, если рассматриваемая система находится в равновесии, то ее можно считать абсолютно твердым телом в целом, не обращая внимание на то, что тела, например, системы связанных тел, могут совершать относительно друг друга какие-либо движения за счет внутренних связей при отсутствии других связей.

В данной работе мы ограничимся выяснением роли принципа отвердевания при решении задач статики для тел и систем тел, заведомо находящихся в равновесии под действием заданных сил и реакций связей (внешних и внутренних).

Понятия и определения, принятые в теоретической механике, в данной работе дополним некоторыми понятиями и определениями, принятыми в смежных дисциплинах, например в строительной механике [3]. Их использование, на наш взгляд, сделает дальнейшее изложение более ясным. Рассматриваемую конструкцию (тело или систему тел вместе с внешними и внутренними связями) будем называть системой. Свойство системы изменять свою форму при отсутствии деформаций в ее элементах называется ее изменяемостью. Число степеней свободы, определенное в предположении абсолютной жесткости всех ее элементов и связей, называют степенью изменяемости системы. Системы с одной степенью свободы называются механизмами, с несколькими степенями – кинематическими цепями. В равновесии при действии произвольной системы сил может находиться только неизменяемая система. Если степень изменяемости системы равна нулю, то система называется статически определимой. В этом случае число неизвестных в системе уравнений равновесия равно числу неизвестных реакций, а основная матрица системы уравнений, будучи квадратной, является невырожденной (неособенной). Если же число реакций связей больше числа уравнений равновесия (степень изменяемости отрицательна), то система называется статически неопределимой.

Материал данной работы построен на рассмотрении и анализе конкретных примеров, которые разбиты на следующие группы. Первая группа (примеры 1 и 2) обосновывает необходимость прямой ссылки на принцип отвердевания, вторая группа (примеры 3 и 4) показывает невозможность решения задачи без его применения, а третья (примеры 5 и 6) показывает допустимость или недопустимость решения задач статики по исходному недеформированному состоянию рассматриваемой системы.

Группа 1. Пример 1. Определить реакции внешних связей в системе 2-х тел (рис.1) для двух вариантов внутренней связи – шарнира и скользящей заделки.

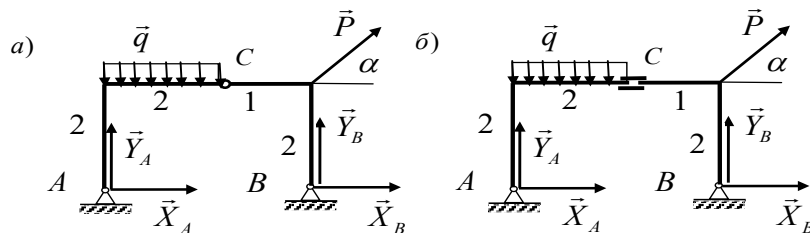


Рис.1 Система двух тел

Рассматриваемая система является неизменяемой и статически определимой. Если убрать внешние связи, то тела системы могут совершать одно относительно другого движение, определяемое характером внутренней связи (для системы, показанной на рис. 1 а – взаимный поворот, а на рис. 1 б – взаимное горизонтальное смещение). Для решения задачи отбросим внешние связи, заменив их действие реакциями, и запишем уравнения равновесия для системы двух тел. Однако, рассматриваемая система является изменяемой и может находиться в равновесии только при выполнении определенных условий, налагаемых на действующую систему сил (см. формулировку принципа отвердевания). Чтобы обосновать возможность записи системы уравнений равновесия сошлемся на принцип отвердевания и добавим связи (жестко соединим тела в точке С). Нетрудно видеть, что для обоих вариантов можно записать одну и ту же систему уравнений:

$$\begin{aligned} \sum \vec{P}_{kx} &= 0; X_A + X_B + P \cdot \cos \alpha = 0; \\ \sum \vec{P}_{ky} &= 0; Y_A + Y_B + P \cdot \sin \alpha - q \cdot 2 = 0; \\ \sum M_A(\vec{P}_k) &= 0; Y_B \cdot 3 + P \cdot \sin \alpha \cdot 3 - P \cdot \cos \alpha \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

В приведенной системе 3-х уравнений 4 неизвестных. Однако, вспомним, что мы исключили взаимное движение тел. Следовательно, отсутствие этого движения, связано с условием, налагаемым на силы, действующие на рассматриваемую систему тел. Для первого

случая (см. рис 1 а) сумма моментов всех сил, действующих на систему слева или справа от шарнира, должна равняться нулю. Для второго случая сумма проекций все сил, действующих на систему слева или справа от скользящей заделки, должна равняться нулю. Получаем для первого случая;

$$\sum M_C^{lev} (\vec{P}_k) = 0; \cdot X_A \cdot 2 - Y_A \cdot 2 + q \cdot 2 \cdot 1 = 0, \quad (2)$$

а для второго;

$$\sum P_{kx}^{lev} = 0; X_A = 0. \quad (3)$$

Далее решаются совместно системы уравнений (1) и (2) для первого варианта, и (1) и (3) для второго и определяются искомые реакции внешних связей. Такой способ определения реакций внешних связей более эффективен по сравнению с общепринятым способом, когда система тел разбивается на отдельные тела и для каждого записываются уравнения равновесия для определения реакций внешних и внутренних связей с использованием для реакций внутренних связей 3-го закона Ньютона. В последнем случае нет необходимости ссылаться на принцип отвердевания, поскольку из равновесия всей системы тел следует равновесие каждого тела в отдельности и, вообще говоря, равновесие любого выделенного элемента системы, если к нему приложены активные силы и силы со стороны прилегающих к нему элементов. Заметим, что для эффективного определения реакций внешних связей можно использовать так называемый индивидуальный способ на основе принципа виртуальных перемещений, когда каждая из реакций определяется из одного уравнения. Однако в ряде случаев, особенно, когда в число внутренних связей входят скользящие заделки, трудоемкость задачи увеличивается за счет необходимости получения дополнительных кинематических зависимостей [4].

Пример 2. Рассмотрим вкратце еще одну задачу (в основу положен пример к заданию С4 из [5]). Для системы 3-х тел (рис. 2) определить реакции внешних связей для двух вариантов внутренней связи – шарнира и скользящей заделки.

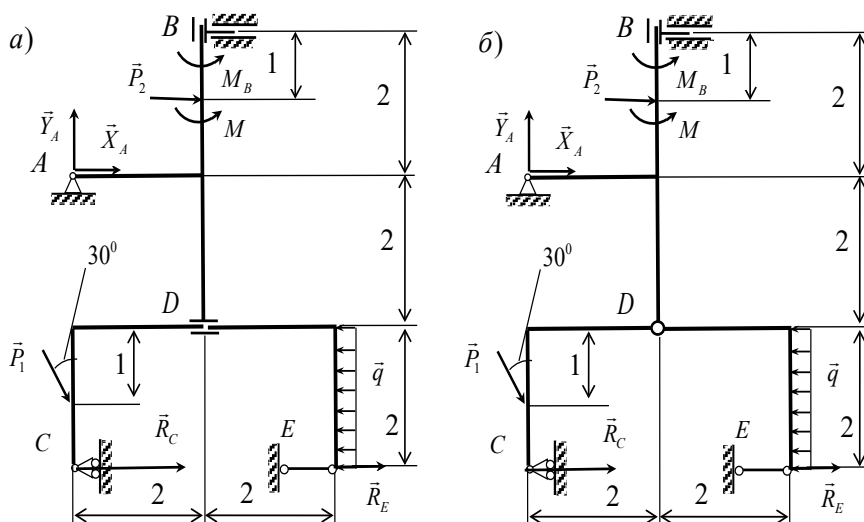


Рис. 2 Система трех тел

Снова, отбрасывая внешние связи и ссылаясь на принцип отвердевания, запишем уравнения равновесия всей системы как абсолютно твердого тела:

$$\sum F_{kx} = X_A + R_E + R_C + P_2 + P_1 \cdot \sin 30^\circ - q \cdot 2 = 0; \Leftrightarrow$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - P_1 \cdot \cos 30^\circ = 0; \Leftrightarrow \quad (4)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = R_E \cdot 4 + R_C \cdot 4 + M_B + P_1 \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 - P_2 \cdot 1 + M - q \cdot 2 \cdot 3 = 0.$$

Нетрудно заметить, что система уравнений (4) одинакова для обоих вариантов внутренней связи. Далее записываются дополнительные уравнения, отражающие условия, налагаемые на силы. Для первого варианта (см. рис 2 а) сумма проекций все сил,

действующих на систему слева от скользящей заделки со стороны тела CD, и справа от скользящей заделки со стороны тела ED, должны равняться нулю:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx}^{CD} &= R_C + P_1 \cdot \sin 30^\circ = 0; \Leftrightarrow \\ \sum F_{kx}^{ED} &= R_E - q \cdot 2 = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Для второго варианта (см. рис 1 б) сумма моментов всех сил, действующих на систему слева и справа от шарнира со стороны тел CD и ED, соответственно, должны равняться нулю:

$$\sum M_D^{CD}(\vec{P}_k) = 0; R_C \cdot 2 + P_1 \cdot \sin 30^\circ \cdot 1 + P_1 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 = 0; \quad (7)$$

$$\sum M_D^{ED}(\vec{P}_k) = 0; R_E \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 0. \quad (8)$$

Решая совместно систему уравнений (4) совместно с уравнениями (5,6) для первого варианта, и (4) и (7,8) для второго можно определить искомые реакции внешних связей. В заключение заметим, что число дополнительных условий в рассмотренных примерах равно степени изменяемости полученной отбрасыванием внешних связей системы тел. Известно, что при рассмотрении статически неопределимых систем в курсах сопротивления материалов или строительной механики аналогично записываются уравнения совместности деформаций, количество которых равно степени статической неопределимости.

Группа 2. Пример 3. Начнем с тривиального, но наглядного примера, приведенного в сборнике задач И.В. Мещерского [5] (задача 2.13, рис. 3а).

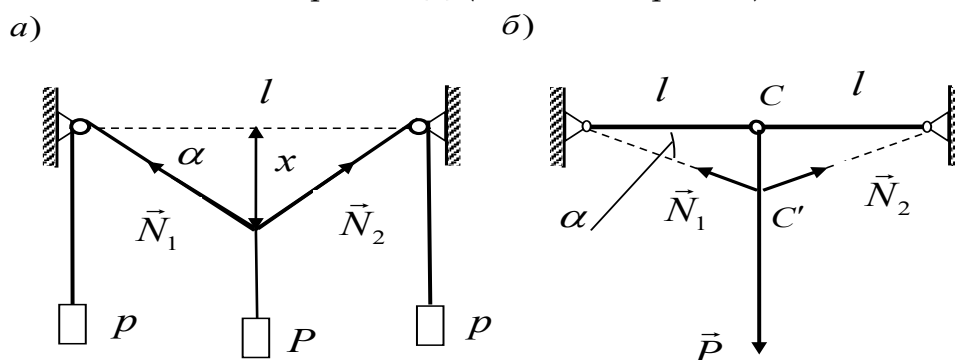


Рис. 3. К примерам 3 и 4

Кратко суть задачи. К двум концам нерастяжимого невесомого троса, переброшенного через неподвижные блоки, прикреплены два одинаковых груза весом p . Блоки расположены на одной горизонтальной прямой. Расстояние между осями блоков равно l . Посередине пролета к тросу подвешивается груз весом P . Нужно определить величину отклонения точки приложения третьего груза от горизонтали, пренебрегая размерами блоков и трением в них, в положении равновесия. Сразу заметим, что исходная изменяемость системы (грузы и трос) определяется в данном случае не деформацией троса, а его окончательной конфигурацией в положении равновесия. Но как достигается эта конфигурация? Пусть вначале к концам троса (трос считается невесомым и нерастяжимым) были статически подвешены две крайние гири. Нетрудно увидеть, что в результате трос на участке АВ принял бы горизонтальное положение, и система трос-два груза пришла в состояние равновесия. Поскольку блоки без трения не меняют усилия в тросе, то натяжение троса будет равно p . Теперь все участки троса можно считать абсолютно твердыми. Далее в центре участка АВ прикрепляем среднюю гирю. Этот груз также прикладываем статически. Снова трос для достижения системой состояния равновесия будет менять свою конфигурацию. В положении равновесия, согласно принципу отвердевания, можно считать все участки троса абсолютно твердыми телами и записать уравнения равновесия точки крепления третьего груза:

$$\begin{aligned} \sum \vec{P}_{kx} &= 0; \quad -N_1 \cdot \cos \alpha + N_2 \cdot \cos \alpha = 0; \\ \sum \vec{P}_{ky} &= N_1 \cdot \sin \alpha + N_2 \cdot \sin \alpha - P = 0. \end{aligned}$$

Но из условий равновесия крайних грузов следует: $N_1 = N_2 = P$. Тогда из последнего уравнения:

$$2 \cdot p \cdot \sin \alpha = P; \quad \sin \alpha = \frac{P}{2 \cdot p}; \quad \sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{l^2/4 + x^2}} = \frac{P}{2 \cdot p}; \quad x^2 = \frac{P^2}{4 \cdot p^2} \cdot \left(\frac{l^2}{4} + x^2\right);$$

$$x = \frac{P \cdot l}{2\sqrt{4 \cdot p^2 - P^2}}.$$

Заметим, что в данном случае мы записали уравнения равновесия для системы сходящихся сил в плоскости. Но условия равновесия системы сходящихся сил получены на основе аксиом статики и следствий из них для абсолютно твердого тела. Следовательно, мы использовали здесь принцип отвердевания (теперь участки троса в положении равновесия можно считать абсолютно твердыми телами). Кстати, решение данной задачи справедливо, если выполнено условие $P < 2p$. В противном случае равновесие невозможно.

Пример 4. Определить усилия в стержнях (рис. 3б). До приложения нагрузки (в исходном состоянии) стержни расположены горизонтально. Дано: $P = 1.15 \text{ кН}$, $l = 1 \text{ м}$.

Если считать стержни абсолютно твердыми телами, то с точки зрения статики задача является статически неопределенной. Если в исходном состоянии вырезать узел С и составить уравнения равновесия, то получим, что основная матрица является вырожденной. Однако, если отказаться от недеформируемых стержней, то при статическом приложении нагрузки система примет новое положение и станет статически определимой. С точки зрения строительной механики, будучи в исходном недеформированном состоянии изменяемой и статически неопределимой, система в деформированном состоянии вернет и неизменяемость, и статическую определимость. Известно, что такие системы называют мгновенно изменяемыми или вырожденными. Совершенно очевидно, что расчет таких систем возможен только по деформированному состоянию. В данном случае принцип отвердевания реализуется в своем основном смысле: только тогда, когда система в результате деформирования ее элементов придет в состояние равновесия, всю систему и ее элементы можно считать абсолютно твердыми телами. Теперь по деформированному состоянию можно решить данную задачу. Пусть стержни (как пружины) линейно деформируемы, т. е. Усилие, возникающее в стержне при его растяжении прямо пропорционально его удлинению: $N = c \cdot \lambda$, где $c = EF/l$ жесткость стержня, E - модуль упругости (модуль Юнга), F - площадь его поперечного сечения. Примем, что материал стержней сталь: $F = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Теперь в деформированном состоянии уравнения равновесия примут вид:

$$\begin{aligned} \sum \vec{P}_{kx} &= 0; \quad -N_1 \cdot \cos \alpha + N_2 \cdot \cos \alpha = 0; \\ \sum \vec{P}_{ky} &= 0; \quad N_1 \cdot \sin \alpha + N_2 \cdot \sin \alpha - P = 0. \end{aligned}$$

Для определения угла наклона стержней к горизонтали, учтем:

$$N = c \cdot \lambda = \frac{EF}{l} \left(\frac{l}{\cos \alpha} - l \right) = EF \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right).$$

Из уравнений равновесия имеем: $N_1 = N_2 = \frac{P}{2 \cdot \sin \alpha}$ и для определения угла наклона стержней получаем уравнение: $N = c \cdot \lambda = \frac{EF}{l} \left(\frac{l}{\cos \alpha} - l \right); \quad \frac{P}{2 \cdot \sin \alpha} = EF \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right).$

Решение последнего уравнения выполняем численно методом последовательных приближений. Для сравнения выполним также расчет, в котором принята жесткость меньше, чем для стали в 100 раз (например, для линейно деформируемой пружины вместо стержня). Результаты расчетов: $c = 2 \cdot 10^7$ Н/м; $N = 14.9$ кН; $\alpha^0 = 2.2$; $c = 2 \cdot 10^5$ Н/м; $N = 3.2$ кН; $\alpha^0 = 10.3$

Группа 3. Пример 5. Определить усилия в стержнях (рис. 4а). До приложения нагрузки (в исходном состоянии) стержни расположены под углом α^0 к горизонтали. Дано: $P = 15$ кН, $l = 1$ м; $\alpha_0 = 30^0$.

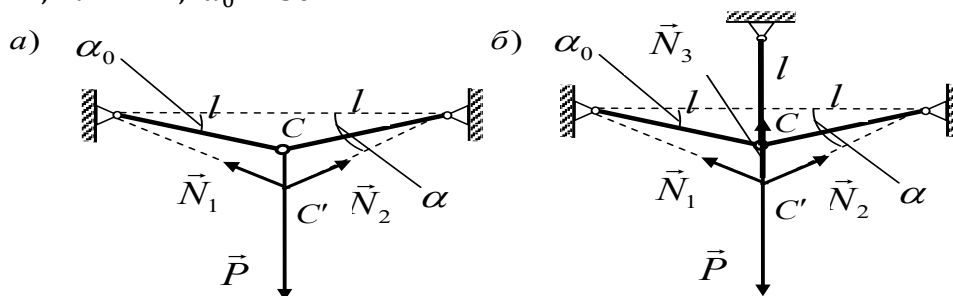


Рис. 4. К примерам 5 и 6

Эта задача является статически определенной. В исходном (недеформированном) состоянии вырезаем узел С и составляем уравнения равновесия:

$$\sum \vec{P}_{kx} = 0; -N_1 \cdot \cos \alpha_0 + N_2 \cdot \cos \alpha_0 = 0;$$

$$\sum \vec{P}_{ky} = 0; N_1 \cdot \sin \alpha_0 + N_2 \cdot \sin \alpha_0 = P.$$

Приведем решение задачи по исходному (недеформированному) состоянию:

$$N_1 = N_2 = N = \frac{P}{2 \cdot \sin \alpha_0}.$$

Далее проведем расчет по деформированному состоянию. Примем, что материал стержней сталь и добавим дополнительные данные: $F = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Теперь в деформированном состоянии уравнения равновесия примут вид:

$$\sum \vec{P}_{kx} = 0; -N_1 \cdot \cos \alpha + N_2 \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$\sum \vec{P}_{ky} = 0; N_1 \cdot \sin \alpha + N_2 \cdot \sin \alpha - P = 0.$$

Для определения угла наклона стержней к горизонтали, учтем:

$$N = c \cdot \lambda = \frac{EF}{l} \left(\frac{l \cdot \cos \alpha_0}{\cos \alpha} - l \right) = EF \left(\frac{1 \cdot \cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right).$$

Из уравнений равновесия имеем: $N_1 = N_2 = \frac{P}{2 \cdot \sin \alpha}$ и для определения угла наклона стержней получаем уравнение:

$$N = c \cdot \lambda = \frac{P}{2 \cdot \sin \alpha} = EF \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right).$$

Решение последнего уравнения выполняем численно. Для сравнения выполним также расчет, в котором принята жесткость меньше, чем для стали в 100 и в 1000 раз (например, для линейно деформируемой пружины вместо стержня). Результаты расчетов: $c = 2 \cdot 10^7$ Н/м; $N = 15$ кН; $\alpha^0 = 30.1$; $c = 2 \cdot 10^5$ Н/м; $N = 12.9$ кН; $\alpha^0 = 35.6$;

$$c = 2 \cdot 10^4 \text{ Н/м}; N = 9.3 \text{ кН}; \alpha^0 = 53.8.$$

Пример 6. В заключение решим следующую задачу. Определить усилия в 3-х стержнях (рис. 4б). До приложения нагрузки (в исходном состоянии) стержни расположены под углом α^0 к горизонтали. Данная система является статически неопределимой,

поскольку число неизвестных реакций больше числа уравнений. Вначале проведем расчет по деформированному состоянию. Уравнения равновесия имеют вид:

$$\begin{aligned} \sum \vec{P}_{kx} &= 0; \quad -N_1 \cdot \cos \alpha + N_2 \cdot \cos \alpha = 0; \\ \sum \vec{P}_{ky} &= 0; \quad (N_1 + N_2) \cdot \sin \alpha + N_3 = P. \end{aligned}$$

Как известно, для решения необходимо дополнительно использовать уравнение совместности деформаций. Для этого определим деформации (удлинения) стержней:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = l \cdot \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right);$$

$$\lambda_3 = (l + \lambda_1) \cdot \sin \alpha - l \cdot \sin \alpha_0 = l \cdot (\sin \alpha - \sin \alpha_0) + \lambda_1 \cdot \sin \alpha.$$

Из первого уравнения равновесия следует: $N_1 = N_2$. Далее, принимая, что коэффициенты жесткости всех стержней одинаковы и равны c , записываем физические уравнения: $N_1 = c \cdot \lambda_1$; $N_3 = c \cdot \lambda_3$.

Теперь, для определения угла α , получим уравнение, которое получаем подстановкой полученных зависимостей во второе уравнение равновесия:

$$c \cdot \left(2 \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) + (\sin \alpha - \sin \alpha_0) + \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \right) = P.$$

Это уравнение решаем методом последовательных приближений. Затем определяем реакции в стержнях:

$$N_1 = N_2 = c \cdot \lambda_1 = c \cdot l \cdot \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right);$$

$$N_3 = c \cdot \lambda_3 = c \cdot l \cdot \left((\sin \alpha - \sin \alpha_0) + \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \cdot \sin \alpha \right).$$

Расчет по недеформированному состоянию. Для этого необходимо найти зависимость между деформациями стержней при малом изменении исходного угла. Нетрудно доказать, что: $\lim_{\alpha \rightarrow \alpha_0} (\lambda_1 / \lambda_3) = \sin \alpha_0$. Уравнения равновесия для недеформированного состояния имеют вид:

$$\begin{aligned} \sum \vec{P}_{kx} &= 0; \quad -N_1 \cdot \cos \alpha_0 + N_2 \cdot \cos \alpha_0 = 0; \\ \sum \vec{P}_{ky} &= 0; \quad (N_1 + N_2) \cdot \sin \alpha_0 + N_3 = P. \end{aligned}$$

Далее с учетом уравнения совместности деформаций из физических соотношений находим: $N_3 = N_1 / \sin \alpha_0$ и из второго уравнения равновесия с учетом первого определяем:

$$2 \cdot N_1 \cdot \sin \alpha_0 + \frac{N_1}{\sin \alpha_0} = P; \quad N_1 = N_2 = \frac{P \cdot \sin \alpha_0}{2 \cdot \sin^2 \alpha_0 + 1}; \quad N_3 = \frac{P}{2 \cdot \sin^2 \alpha_0 + 1}.$$

Основной расчет проведем для следующих данных:

$$P = 20 \text{ кН}, \quad l = 1 \text{ м}, \quad F = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2, \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad \alpha_0 = 30^\circ.$$

Для сравнения проведем еще два расчета, в которых жесткость стержней уменьшалась соответственно в 100 и 1000 раз. Результаты расчетов:

$$c = 2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}; \quad N_1 = N_2 = 6.67 \text{ кН}; \quad N_3 = 13.33 \text{ кН}; \quad \alpha^0 = 30.03;$$

$$c = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}; \quad N_1 = N_2 = 6.66 \text{ кН}; \quad N_3 = 12.74 \text{ кН}; \quad \alpha^0 = 33.06;$$

$$c = 2 \cdot 10^4 \text{ Н/м}; \quad N_1 = N_2 = 6.53 \text{ кН}; \quad N_3 = 10.1 \text{ кН}; \quad \alpha^0 = 49.3;$$

Для недеформированного состояния усилия в стержнях имеют значения:

$$N_1 = N_2 = 6.667 \text{ кН}, \quad N_3 = 13.333 \text{ кН}.$$

Выводы

1. При использовании некоторых эффективных методов решения задач статики, особенно для систем тел, ссылка на принцип отвердевания, на наш взгляд, является необходимой;

2. Решение задачи о равновесии исходных изменяемых и мгновенно изменяемых систем возможно только по деформированному состоянию.

3. Только на основе принципа отвердевания можно оценить возможность решения задачи статики по исходному недеформированному состоянию.

Список литературы:

1. Н.Н. Никитин. Курс теоретической механики. Издание пятое. Переработанное и дополненное. Москва «Высшая школа». 1990. 607 с.
2. Курс теоретической механики. Под редакцией К.С. Колесникова. 5- издание, исправленное. Москва. Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2017. 580 с.
3. А.Р. Ржаницын. Строительная механика. Москва «Высшая школа». 1991. 439с.
4. Тарсис Е.Ю. К определению реакций внешних связей в системах твердых тел. Актуальные проблемы агропромышленного комплекса Сборник трудов НГАУ. Выпуск 5. Новосибирск 2020. С. 320-328
5. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учеб. Пособие для студентов вузов / [А. А. Яблонский и др.]; под общ. ред. А.А. Яблонского. - 18-е изд., стер. - М.: КНОРУС, 2011. - 392 с. - Текст: непосредственный.
6. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике: Учеб. пособие. - 36-е изд., исправл./ Под редакцией Н.В. Бутенина, А.И Лурье, Д.Р. Меркина. - М. Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. - 448 с.

References:

1. N. N. Nikitin. Course of Theoretical Mechanics. Fifth edition. Revised and supplemented. Moscow "Higher School". 1990. 607 p.
2. Course of Theoretical Mechanics. Edited by K. S. Kolesnikov. 5th edition, revised. Moscow. Publishing House of Bauman Moscow State Technical University, 2017. 580 p.
3. A. R. Rzhanitsyn. Structural Mechanics. Moscow "Higher School". 1991. 439 p.
4. Tarsis E. Yu. On the definition of reactions of external connections in systems of solids. Actual problems of the agro-industrial complex Collection of works of NSAU. Issue 5. Novosibirsk 2020. P. 320-328
5. Collection of tasks for term papers on theoretical mechanics: textbook. Manual for students of higher technical institutions / [A. A. Yablonsky et al.]; under the general editorship of A. A. Yablonsky. - 18th ed., reprinted - M.: KNORUS, 2011. - 392 p. - Text: direct.
6. Meshchersky I. V. Collection of problems in theoretical mechanics: Textbook. - 36th ed., corrected / Edited by N. V. Butenin, A. I. Lurye, D. R. Merkin. - M. Nauka. Ed. in chief of physical and mathematical literature, 1986. - 448 p.