

УДК 681.5:629.7.05

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРОМ С  
ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНЫМ РЕГУЛЯТОРОМ****Мирянова Вера Николаевна,**доцент кафедры «Искусственный интеллект и автономные системы управления»  
ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»,  
Севастополь, Россия, 1mvm1@mail.ru**Мирянова Анна Дмитриевна,**ассистент кафедры «Информационные технологии и системы»  
ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»,  
Севастополь, Россия, annamrnva@mail.ru**Демьянов Егор Игоревич**магистрант, кафедра «Искусственный интеллект и автономные системы управления»  
ФГАОУ ВО «Севастопольский государственный университет»,  
Севастополь, Россия, egor.demyanov02@gmail.com**Аннотация**

Статья посвящена исследованию системы управления квадрокоптером с линейно-квадратичным регулятором (ЛКР). Цель работы – моделирование квадрокоптера и разработка ЛКР с использованием цифровой платформы для математического моделирования, вычислений и визуального проектирования динамических систем. В ходе работы исследована эффективность применения ЛКР для решения задачи стабилизации квадрокоптера в различных режимах. Проведённое исследование и разработанная модель формируют базовую платформу для последующих изысканий в области управления квадрокоптерами. Реализованный ЛКР вместе с верифицированной средой моделирования могут служить точкой отсчёта для сравнения с более сложными алгоритмами.

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, БПЛА, квадрокоптер, линейно-квадратичный регулятор, оптимальное управление.

**SIMULATION OF A QUADCOPTER CONTROL SYSTEM WITH A LINEAR-  
QUADRATIC CONTROLLER****Vera N. Mirianova,**Ph.D., Associate Professor of the Department «Artificial Intelligence and Autonomous Control Systems»,  
Sevastopol State University, Sevastopol, Russia, 1mvm1@mail.ru**Anna D. Mirianova,**

Assistant of the Department «Information Technologies and Systems»  
Sevastopol State University, Sevastopol, Russia, annamrnva@mail.ru

**Egor I. Demyanov,**

Sevastopol State University, Sevastopol, Russia

Master's student of the Department «Artificial Intelligence and Autonomous Control Systems»  
Sevastopol State University, Sevastopol, Russia

---

## ABSTRACT

---

This article examines a quadcopter control system with a linear-quadratic controller (LQR). The objective is to simulate the quadcopter and develop the LQR using a digital platform for mathematical modeling, computation, and visual design of dynamic systems. The study explores the effectiveness of LQR in solving the problem of quadcopter stabilization in various modes. The study and the developed model form the foundation for future research in the field of quadcopter control. The implemented LQR, along with a verified modeling environment, can serve as a benchmark for comparison with more complex algorithms.

---

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, UAV, quadcopter, LQR, optimal control.

---

Введение. Квадрокоптеры занимают особое место среди множества разновидностей беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Это определяется преимуществами, которые обеспечиваются применением квадрокоптеров для решения таких задач, как скрытая разведка, постановка помех, доставка полезных грузов и прочие, в том числе доставка средств воздействия на противника: относительная дешевизна, высокая живучесть и малозаметность [1].

Квадрокоптер относится к БПЛА вертолетного типа. Это летательный аппарат с четырьмя пропеллерами. Пропеллеры разделены на две группы: вращающиеся по часовой стрелке и вращающиеся против часовой стрелки при виде сверху. Пропеллеры осуществляют вращение диагонально в противоположных направлениях, что нейтрализует противовращающий момент. По сравнению с традиционными вертолетами (с одним пропеллером и одним хвостовым пропеллером), конструкция квадрокоптера имеет уникальные преимущества. В ней не требуется сложная кинематическая схема передач. Устойчивость полета может обеспечиваться путем регулировки скорости вращения четырех пропеллеров. Конструкция симметрична, компактна, обладает хорошей управляемостью и надежностью. Квадрокоптер обладает хорошей помехоустойчивостью, устойчивостью полета и безопасностью, а также имеет низкую стоимость. Эти преимущества определяют то, что квадрокоптер может широко применяться в гражданской и военной областях. Квадрокоптер может не только реализовать работу как единичный аппарат, но также лучше выполнять задачу совместной работы нескольких аппаратов и стать хорошей испытательной платформой для проверки различных передовых технологий и алгоритмов управления.

Несмотря на прогресс в реализации систем управления квадрокоптерами остаются нерешенные проблемы, особенно в части улучшения управляемости, оптимизации качества и увеличения устойчивости к внешним возмущениям. Необходимость повышения надёжности и безопасности является основной мотивацией исследований в области моделирования квадрокоптеров и разработки систем управления. Решение этих задач

требует глубокого понимания сложной динамики полёта квадрокоптера и создания устойчивых алгоритмов управления для стабилизации и контроля его движения [2].

Материалы и методы исследования. При разработке математической модели полета квадрокоптера теоретически возможно учесть множество внешних сил и факторов. Однако для создания практически реализуемой и управляемой модели сложные физические эффекты обычно подвергаются разумному упрощению – либо исключаются, либо принимаются постоянными, либо аппроксимируются.

В базовой формулировке рассматриваются четыре фундаментальные силы, определяющие динамику системы: **гравитационная сила, аэродинамическое сопротивление, тяговая сила винтов, аэродинамические моменты** [3, 4].

Ключевое значение имеет то, что две последние силы – **тяга и крутящий момент** – являются управляемыми величинами. Поскольку их можно напрямую регулировать через изменение скоростей вращения роторов, они естественным образом выступают в роли **управляющих воздействий** системы.

Пространственное положение и ориентация квадрокоптера описываются четырьмя основными координатами: **высота полета, угол крена, угол тангажа, угол рыскания**.

Соответственно, для полного управления системой вводятся четыре независимых управляющих сигнала, определяемых как:

$$\begin{cases} U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = k_F(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2), \\ U_2 = L(F_2 - F_4) = Lk_F(\omega_2^2 - \omega_4^2), \\ U_3 = L(F_3 - F_1) = Lk_F(\omega_3^2 - \omega_1^2), \\ U_4 = M_1 - M_2 + M_3 - M_4 = k_M(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2), \end{cases} \quad (1)$$

где  $F$  – сила;  $M$  – крутящий момент;  $\omega$  – угловая скорость;  $L$  – расстояние от центра масс квадрокоптера до центра масс ротора;  $k_F$  – коэффициент тяги,  $k_M$  – коэффициент вращающего момента.

Полная нелинейная модель динамики квадрокоптера с учетом управляющих сигналов  $U_i$  (1) записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x} = u(c(\psi)c(\theta)) + v(c(\psi)s(\theta)s(\phi) - c(\phi)s(\psi)) + w(c(\psi)c(\phi)s(\theta) + s(\psi)s(\phi)), \\ \dot{y} = u(c(\theta)s(\psi)) + v(s(\psi)s(\theta)s(\phi) + c(\psi)c(\phi)) + w(c(\phi)s(\psi)s(\theta) - c(\psi)s(\phi)), \\ \dot{z} = u(-s(\theta)) + v(c(\theta)s(\phi)) + w(c(\theta)c(\phi)), \\ \dot{\phi} = p + q \cdot s(\phi)t(\theta) + r \cdot c(\phi)t(\theta), \\ \dot{\theta} = q \cdot c(\phi) - r \cdot s(\phi), \\ \dot{\psi} = q \cdot s(\phi)\sec(\theta) + r \cdot c(\phi)\sec(\theta), \\ \dot{u} = g(s(\theta)) - qw + rv, \\ \dot{v} = -g(c(\theta)s(\phi)) - ru + pw, \\ \dot{w} = -g(c(\theta)c(\phi)) + \frac{U_1}{m} - pv + qu, \\ \dot{p} = \frac{U_2}{I_x} + qr \frac{I_y - I_z}{I_x}, \\ \dot{q} = \frac{U_3}{I_y} + rp \frac{I_z - I_x}{I_y}, \\ \dot{r} = \frac{U_4}{I_z} + pq \frac{I_x - I_y}{I_z}, \end{cases} \quad (2)$$

где:

$[x, y, z]$  – линейное положение в земной системе координат;

$[\phi, \theta, \psi]$  – угловое положение в земной системе координат;

$[p, q, r]$  – угловая скорость в связанной системе координат;

$[u, v, w]$  – линейная скорость в связанной системе координат.

Система состоит из трёх групп уравнений.

1. Кинематические уравнения для координат  $x, y, z$ . Описывают, как линейные скорости  $u, v, w$  (в системе квадрокоптера) через углы  $\psi, \theta, \phi$  связаны со скоростями изменения координат в земной системе:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u(c(\psi)c(\theta)) + v(c(\psi)s(\theta)s(\phi) - c(\phi)s(\psi)) + w(c(\psi)c(\phi)s(\theta) + s(\psi)s(\phi)), \\ \dot{y} &= u(c(\theta)s(\psi)) + v(s(\psi)s(\theta)s(\phi) + c(\psi)c(\phi)) + w(c(\phi)s(\psi)s(\theta) - c(\psi)s(\phi)), \\ \dot{z} &= u(-s(\theta)) + v(c(\theta)s(\phi)) + w(c(\theta)c(\phi)).\end{aligned}$$

Смысл этой части заключается в преобразовании скорости из связанной системы (где действуют тяги) в земную систему (где задаётся траектория).

2. Кинематические уравнения для углов  $\phi, \theta, \psi$  связывают угловые скорости  $p, q, r$  (в связанной системе) с производными углов:

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= p + q \cdot s(\phi)t(\theta) + r \cdot c(\phi)t(\theta), \\ \dot{\theta} &= q \cdot c(\phi) - r \cdot s(\phi), \\ \dot{\psi} &= q \cdot c(\phi) - r \cdot s(\phi).\end{aligned}$$

Эта группа уравнений описывает переход от «датчиков» (гироскопов, измеряющих  $p, q, r$ ) к изменению ориентации аппарата.

3. Динамические уравнения поступательного и вращательного движения.

Поступательное движение (в связанной системе):

$$\begin{aligned}\dot{u} &= g(s(\theta)) - qw + rv, \\ \dot{v} &= -g(c(\theta)s(\phi)) - ru + pw, \\ \dot{w} &= -g(c(\theta)c(\phi)) + \frac{U_1}{m} - pv + qu,\end{aligned}$$

Здесь  $U_1$  – суммарная тяга винтов,  $m$  – масса,  $g$  – ускорение свободного падения.

Уравнения описывают второй закон Ньютона с учётом гравитации и кориолисовых ускорений.

Вращательное движение (уравнения Эйлера):

$$\begin{aligned}\dot{p} &= \frac{U_2}{I_x} + qr \frac{I_y - I_z}{I_x}, \\ \dot{q} &= \frac{U_3}{I_y} + rp \frac{I_z - I_x}{I_y}, \\ \dot{r} &= \frac{U_4}{I_z} + pq \frac{I_x - I_y}{I_z}.\end{aligned}$$

Здесь  $U_2, U_3, U_4$  – управляющие моменты по крену, тангажу и рысканью;  $I_x, I_y, I_z$  – моменты инерции.

Уравнения описывают динамику вращения под действием моментов сил.

Таким образом, полученная модель объединяет кинематику (связь скоростей с координатами и углами); динамику поступательного движения (силы и линейные ускорения); динамику вращательного движения (моменты и угловые ускорения).

Разработанная Simulink-модель показана на рис. 1. Система состоит из двух блоков: Controller (Контроллер) и Quadcopter (Квадрокоптер). Контроллер представляет собой линейно-квадратичный регулятор, отвечающий за получение значений ошибки (разницы между желаемыми и текущими состояниями) и генерацию входных сигналов  $U$  для квадрокоптера.

Блок Quadcopter содержит сигналы управления и системные уравнения, необходимые для расчета динамики квадрокоптера.

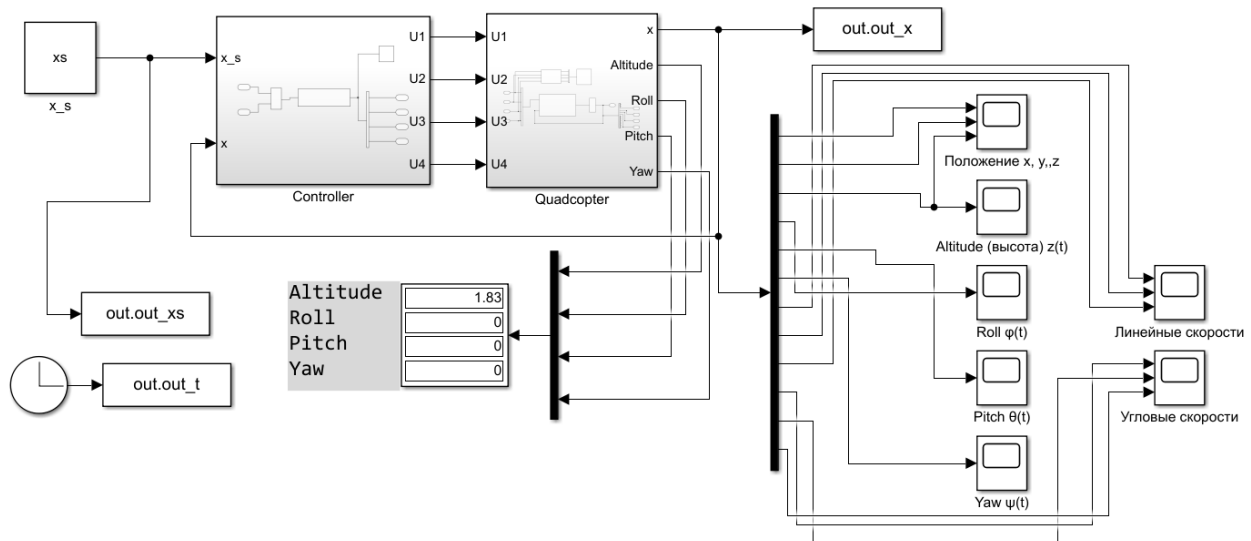


Рисунок 1 – Модель системы управления квадрокоптером в Simulink

Модель состоит из файлов с кодом в Matlab, среди которых один является файлом Simulink-модели, а остальные – файлами скриптов. Скрипты используются также для блоков Simulink «Matlab Function».

Практически весь функционал блока Controller реализован в скрипте Matlab, который встраивается в блок «Matlab Function». Эта функция использует матрицы  $A$  и  $B$ , полученные в результате линеаризации модели (1) и представления в пространстве состояний, и вычисляет  $\Delta x$  как разницу между заданным вектором состояния  $x_s$  и рассчитанным  $x$ , поступающим из блока Quadcopter.

Для реализации линейно-квадратичного управления использована встроенная функция Matlab  $\text{lqr}(A,B,Q,R)$ , которая выдаёт оптимальную матрицу усиления  $K$ , используемую для определения входных сигналов квадрокоптера  $\Delta u = -K\Delta x$ .

Выбор элементов для матриц  $R$  и  $Q$  в контроллере – это повторяющийся процесс. Оценка их значений требует сравнения результатов работы системы с желаемыми характеристиками и соответствующей корректировки элементов.

В задаче линейно-квадратичного регулирования функционал качества в обобщенной форме записывается как [5]:

$$J = \int_0^{\infty} \left( [x^T \quad u^T] \begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \right) dt. \quad (3)$$

Введем обозначение:

$$W_{NQR} = \begin{bmatrix} Q & N \\ N^T & R \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Матрицы  $W_{NQR}$  и  $Q$  должны быть полуопределёнными (симметричными с неотрицательными собственными числами), а матрица  $R$  должна быть положительно определённой (симметричной с положительными собственными числами).

В рассматриваемой системе квадрокоптера размер матрицы  $Q$  составляет  $12 \times 12$ , размер матрицы  $R$  –  $4 \times 4$ , а размер матрицы  $W_{NQR}$  –  $16 \times 16$ . Когда матрица  $Q$  недиагональная, введение матрицы  $N$  (которая может быть нулевой, если  $Q$  диагональная) необходимо для обеспечения полуопределённости матрицы  $W_{NQR}$ . Процесс настройки обычно проводится для диагональных матриц  $Q$  и  $R$ , что упрощает рассмотрение весов между состояниями  $x$  и входами  $u$ .

Когда квадрокоптер находится в режиме зависания, основное внимание уделяется его высоте при минимальных угловых отклонениях.

Обозначим  $Q_{NQR} = x^T Q x$ , тогда после умножения получим:

$$Q_{NQR} = x^2 \cdot q_{11} + y^2 \cdot q_{22} + z^2 \cdot q_{33} + \phi^2 \cdot q_{44} + \dots + r^2 \cdot q_{1212}, \quad (5)$$

где  $q_{ij}$  – элементы матрицы  $Q_{NQR}$ .

Уравнение (5) показывает, что каждый элемент матрицы  $Q$  является прямым весовым коэффициентом для каждого состояния.

Ниже показано, насколько эффективно работает квадрокоптер при тестировании различных значений элементов  $q_{ij}$ .

Тестирование заключается в использовании диагональной версии матрицы  $Q$  с различными значениями её элементов, как указано в таблице 1. Все оставшиеся диагональные элементы  $q_{ij}$ , не указанные в таблице, установлены на значение  $1 \times 10^{-6}$ , поскольку ограничения запрещают их установку на ноль. Выбор элементов для тестирования начинается с  $q_{33}$ , соответствующего весу, управляющему состоянием  $z$  (высота), далее следуют веса, управляющие состояниями  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $u$ ,  $v$  и  $w$ , учитывая их прямое влияние на состояние  $z$ , как показано в уравнениях системы. Матрица  $R$  настроена как диагональная матрица, все элементы которой установлены в единицу. Желаемый вектор состояния  $x_s = [0 \ 0 \ 5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  указывает на желаемую высоту 5 метров. Время моделирования установлено на 10 секунд с использованием решателя ode45 с переменным шагом.

Таблица 1 – Настройка ЛКР для состояния  $z$  (высота)

№ теста	$q_{33}$	$q_{44}$	$q_{55}$	$q_{77}$	$q_{88}$	$q_{99}$	Конечная $z$ [m]	Углы ( $\phi, \theta, \psi$ ) [°]
1	10	1	1	1	1	1	3.303	$\approx 10^{-12}$
2	1000	1	1	1	1	1	4.83	$\approx 10^{-6}, 10^{-6}, 10^{-12}$
3	1000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	4.83	$\approx 10^{-12}, 10^{-11}, 10^{-13}$
4	10000	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	4.946	$\approx 10^{-11}, 10^{-10}, 10^{-13}$

Оптимальный подход, основанный на результатах, представленных в таблице 1, заключается в поддержании высокого значения для  $q_{33}$  (в соответствии с (5)) при сохранении всех остальных элементов  $q_{ij}$  на низком уровне, что вполне ожидаемо, учитывая, что основное внимание уделяется вертикальному движению по координате  $z$  с прямой связью через  $q_{33}$ .

Второй тест направлен на оценку работы квадрокоптера в режиме зависания в различных пространственных позициях. Для этого производится настройка соответствующих элементов весовой матрицы  $Q$ , отвечающих за координаты  $x$  и  $y$ .

Особенность данного теста заключается в том, что изменение позиции требует корректировки углов ориентации аппарата, что выходит за рамки допущения о малых углах, принятого при линеаризации модели. Таким образом, испытание позволяет оценить поведение системы в условиях, когда исходные упрощения математической модели перестают быть строго справедливыми (табл. 2).

Желаемое положение установлено как  $(x, y, z) = (2, 2, 5)$  метров, все оставшиеся диагональные элементы установлены на значение  $1 \times 10^{-6}$ , как и в предыдущем случае.

Таблица 2 – Настройка ЛКР для состояний  $x, y, z$

№ теста	$q_{33}$	$q_{11}$	$q_{22}$	Конечная точка (x, y, z)[m]	Наибольшее $(\phi, \theta, \psi)[^\circ]$
1	10	0.01	0.01	$\approx (-1.6, -1.8, 1.7)$	$\approx (-1.3, 1.2, 0.09)$
2	1000	0.01	0.01	$\approx (6.6, 6.7, 4.8)$	$\approx (3.8, 3.6, -0.11)$
3	1000	1	1	$\approx (-1.3, -0.63, 4.82)$	$\approx (-7.5, 7.5, 0.1)$
4	1000	100	100	$\approx (4.6, 3, 4.7)$	$\approx (-15, 20, -2.4)$

Более высокие значения элементов  $q_{11}$  и  $q_{33}$  приводят к колебаниям в состояниях системы, особенно в начале работы, как это показано на рис. 2 и 3, для линейного положения и скорости в тесте № 4 с временем моделирования 50 секунд вместо 10 секунд, поскольку колебания, как показал опыт, уменьшаются после 10 секунд. Увеличение значений  $q_{11}$ ,  $q_{22}$  и  $q_{33}$  приводит к сбою системы, вызывая значительное увеличение всех состояний (например, от 1067 до 10180), что приводит к некорректным результатам.

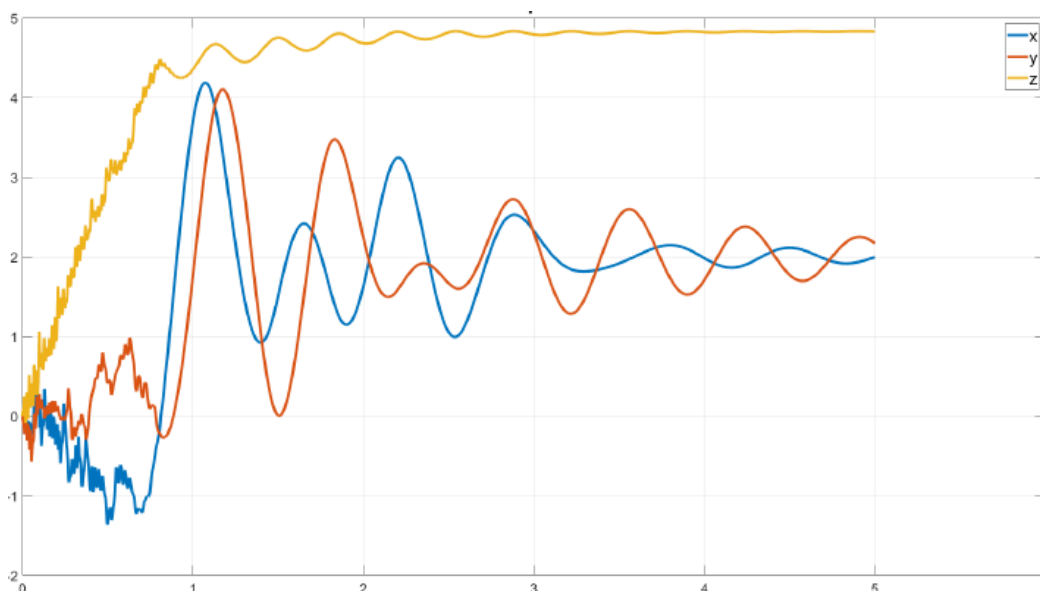


Рисунок 2 – Графики положения для теста № 4, табл. 2.

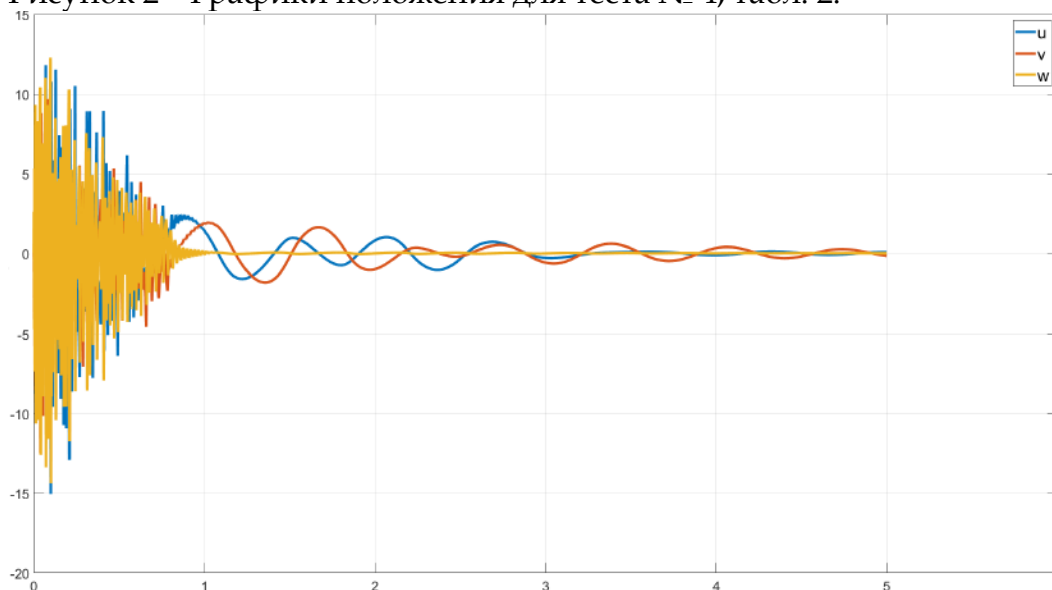


Рисунок 3 – Угловое положение для теста № 4, табл. 2.

Для уменьшения колебаний была произведена более точная настройка ЛКР. С учетом того, что состояния  $x$ ,  $y$  и  $z$  зависят от других состояний, таких как  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ,  $\phi$  и т. д., произведена корректировка соответствующих элементов  $q_{ij}$ . На рис. 4 и 5 показано линейное и угловое положение для скорректированных значений  $q_{ij}$ :  $q_{11}=q_{22}=q_{33}=10000$ , остальные диагональные элементы равны по 10. Видно, что колебания уменьшаются с течением времени.

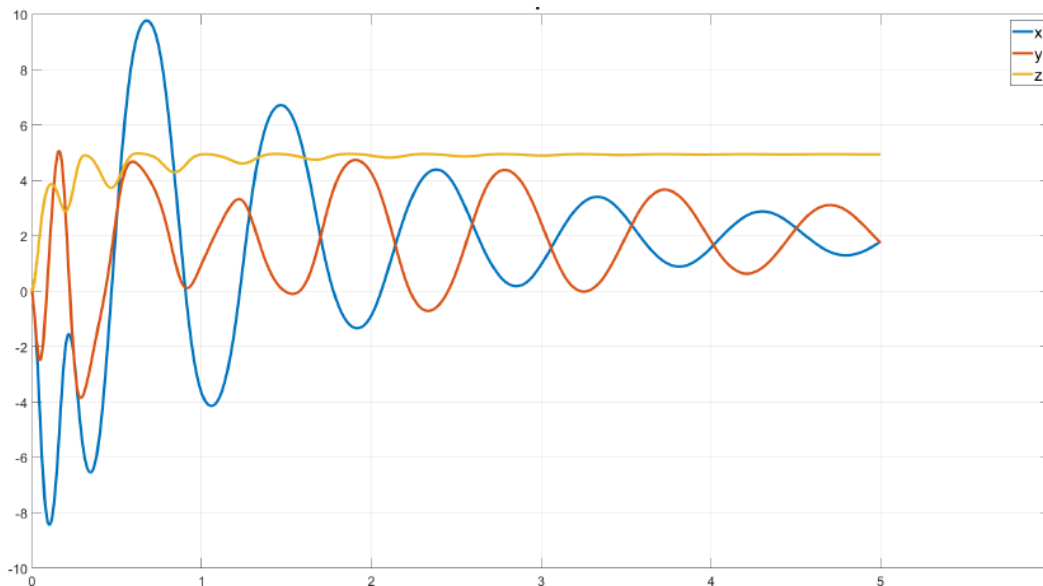


Рисунок 4 – Графики положения (скорректированные колебания)

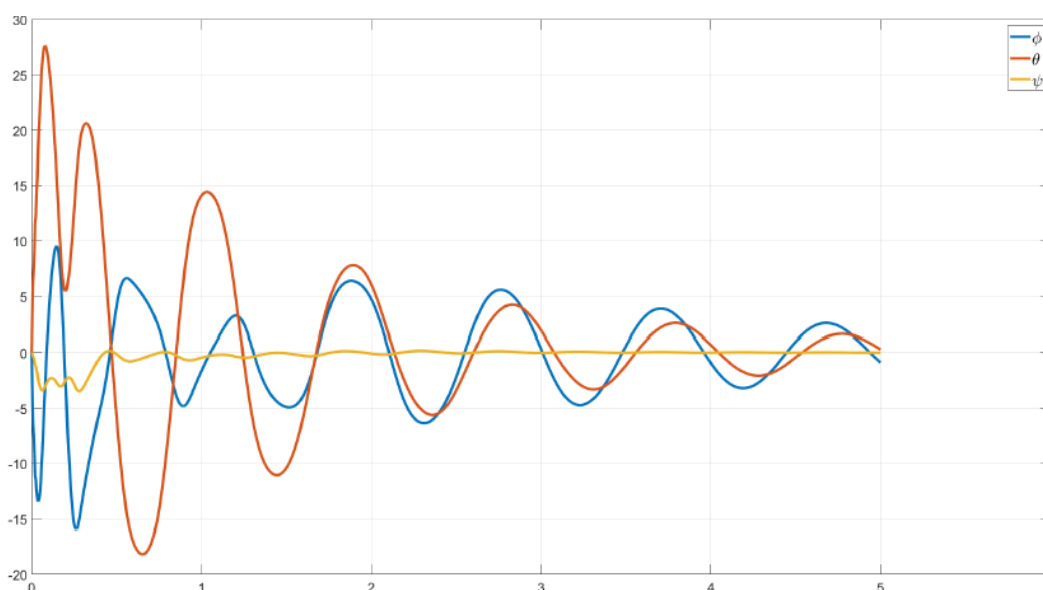


Рисунок 5 – Угловое положение (скорректированные колебания)

Чтобы оценить, насколько хорошо квадрокоптер работает под воздействием ветровых возмущений, проведено несколько опытов с использованием заданных в табл. 1 значений настроек для теста № 4.

Изначально применяется ступенчатый входной сигнал, моделирующий вертикальный порыв ветра. Ступенчатый сигнал начинается в момент времени 5 с, при этом тестируются различные значения амплитуды. Результаты представлены на рис. 6 – 8.

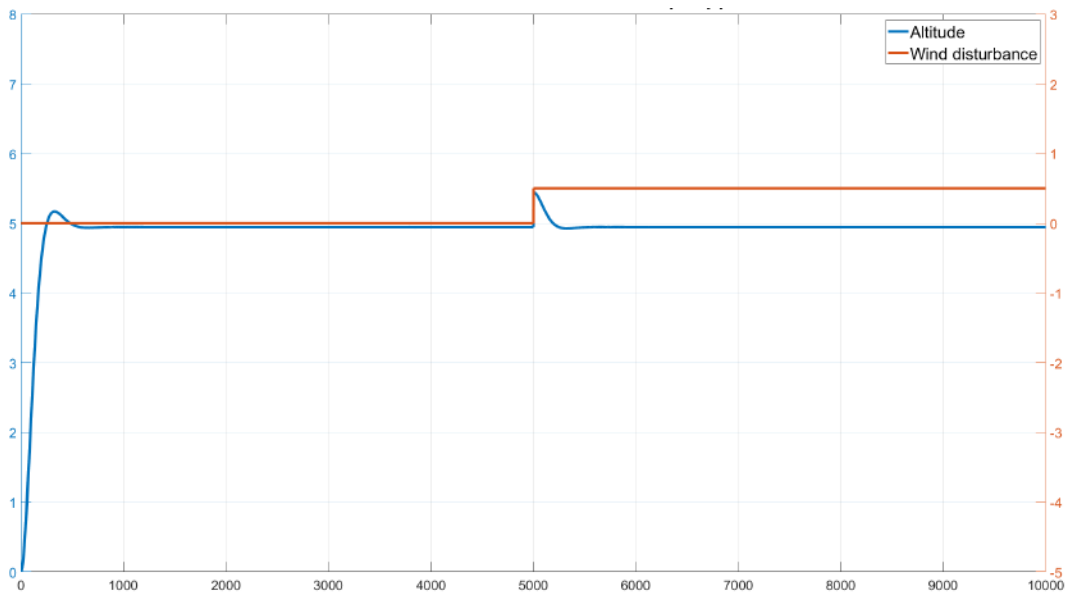


Рисунок 6 – Высота квадрокоптера при воздействии ступенчатого входного сигнала с амплитудой 0,5 м

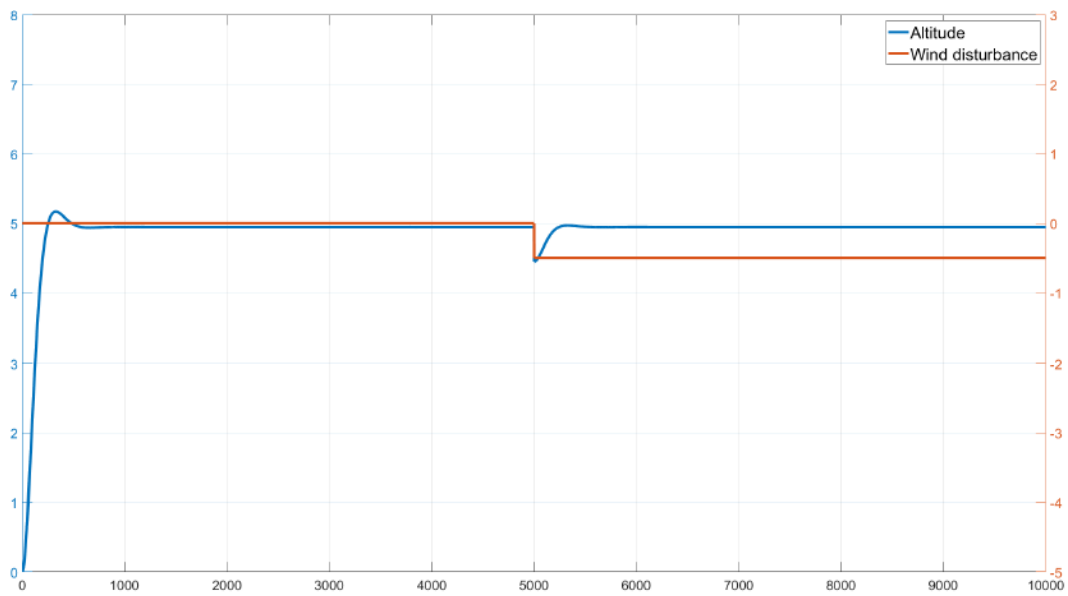


Рисунок 7 – Высота квадрокоптера при воздействии ступенчатого входного сигнала с амплитудой -0,5 м

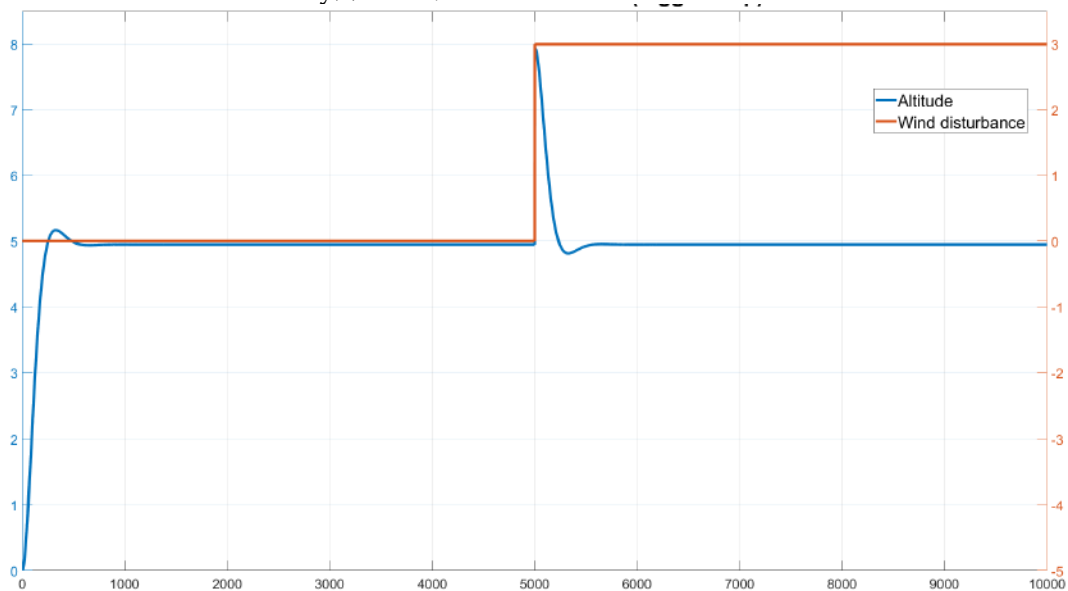


Рисунок 8 – Высота квадрокоптера при воздействии ступенчатого входного сигнала с амплитудой 3 м

Результат показывает, что квадрокоптер быстро восстанавливается после порывов ветра и возвращается к зависанию на почти заданной высоте, даже при воздействии сильных порывов ветра. Для дополнительной проверки устойчивости квадрокоптера в качестве входного сигнала использовалась сумма нескольких импульсных генераторов, что моделирует серию вертикальных порывов ветра с различными амплитудами.

Когда изменения ветра происходят более плавно, контроллер способен адаптироваться эффективнее, как это показано на рис. 9, где возмущение ветра представлено синусоидальной волной с амплитудой 1 м и частотой 1 рад/с.

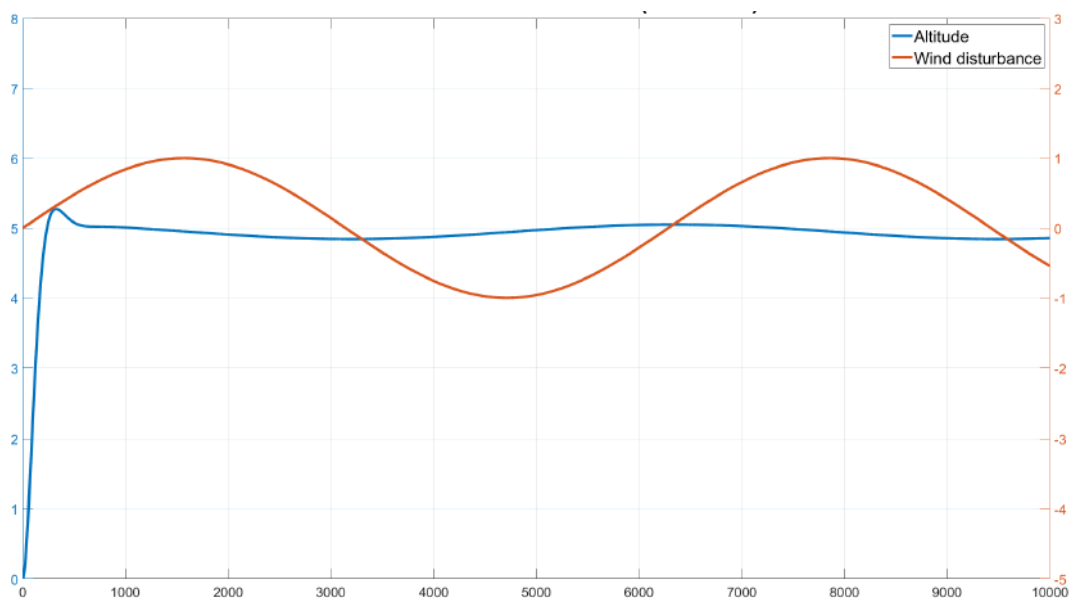


Рисунок 9 – Высота квадрокоптера при воздействии синусоидального сигнала

В работе также проведены испытания модели при изменении физических параметров квадрокоптера, в частности, массы и моментов инерции.

Выводы. Разработанная модель показала свою адекватность. Однако настройка ЛКР представляет собой сложную задачу даже для диагональной матрицы  $Q$ . Для простого зависания рекомендуется устанавливать элемент  $q_{33}$  на высокое значение, а остальные элементы  $q_{ij}$  на низкие значения. Дальнейшая настройка диагональных элементов позволяет достичь позиционного управления.

При повышенных значениях  $q_{11}$ ,  $q_{22}$ ,  $q_{33}$  и в 1000 раз меньших значениях для остальных диагональных весов достигается конечное положение, достаточно близкое к заданному, даже при значительных начальных колебаниях.

Контроллер ЛКР достаточно хорошо справляется с основной функцией – вертикальным зависанием, но проверка на устойчивость выявляет ограничения в корректировке положения. Предполагается, что это связано с использованием линеаризации с малым углом, что подчеркивает основную направленность контроллера на поддержание вертикальной устойчивости, а не на обеспечение бокового перемещения.

Результаты показывают, что для вертикального зависания оптимальным является акцент на весовом элементе, соответствующем оси  $z$ , при сохранении низких значений остальных элементов (как показано в таблице 5.4). Увеличение  $q_{33}$  и уменьшение остальных значений  $q_{ij}$  улучшает время нарастания, уменьшение перерегулирования и установившуюся ошибку, но за счет некоторого увеличения перерегулирования.

Выявлена достаточно быстрая адаптация квадрокоптера к ветровым возмущениям. Непрерывные ветровые воздействия требуют корректировки, в то время как плавные изменения (например, синусоидальные) обрабатываются эффективнее, поддерживая стабильное зависание.

Изменение физических параметров модели показывает, что меньшая масса улучшает время нарастания, уменьшает установившуюся ошибку, при этом не влияя на перерегулирование. Изменение значений моментов инерции показывает, что уменьшение  $I_x$  и  $I_y$  ухудшает время нарастания, улучшая при этом перерегулирование. Изменения  $I_z$  оказывают минимальное влияние на производительность системы.

### Список литературы:

1. Фетисов В. С. Беспилотные авиационные системы: терминология, классификация, структура : учебное пособие для вузов / В. С. Фетисов, Л. М. Неугодникова. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2025. – 132 с.
2. Огольцов И.И. Разработка математической модели пространственного полета квадрокоптера / И.И. Огольцов, Н.Б. Рожнин, В.В. Шеваль // Труды МАИ. – 2015. – №83. – URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=62031>.
3. Чжу Х. Система управления квадрокоптером с LQR при возмущении ветра / Х. Чжу, М. С. Селезнева // Наука, технологии и бизнес: Материалы VI Межвузовской конференции аспирантов, соискателей и молодых ученых, Москва, 16–18 апреля 2024 года. – Москва: Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), 2024. – С. 531-536.
4. Shauqee M. N. Proportional Double Derivative Linear Quadratic Regulator Controller Using Improvised Grey Wolf Optimization Technique to Control Quadcopter / M. N. Shauqee, P. Rajendran, N. M. Suhadis // Applied Sciences (Switzerland). – 2021. – Vol. 11, No. 6. – P. 2699. – DOI 10.3390/app11062699.
5. Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2004. – 832 с.

### References:

1. Fetisov V. S. Unmanned Aircraft Systems: Terminology, Classification, Structure: textbook for universities / V. S. Fetisov, L. M. Neugodnikova. – 2nd ed., stereotyped. – Saint Petersburg: Lan, 2025. – 132 p.
2. Ogoltsov I. I. Development of a Mathematical Model for Quadcopter Spatial Flight / I. I. Ogoltsov, N. B. Rozhnin, V. V. Sheval // Proceedings of MAI. – 2015. – No. 83. – URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=62031>.
3. Zhu H. Quadcopter Control System with LQR under Wind Disturbance / H. Zhu, M. S. Selezneva // Science, Technologies and Business: Proceedings of the VI Interuniversity Conference of Postgraduate Students, Applicants, and Young Scientists, Moscow, April 16–18, 2024. – Moscow: Bauman Moscow State Technical University (National Research University), 2024. – P. 531–536.
4. Shauqee M. N. Proportional Double Derivative Linear Quadratic Regulator Controller Using Improvised Grey Wolf Optimization Technique to Control Quadcopter / M. N.

Shauqee, P. Rajendran, N. M. Suhadis // Applied Sciences (Switzerland). – 2021. – Vol. 11, No. 6. – P. 2699. – DOI 10.3390/app11062699.

5. Dorf R. Modern Control Systems / R. Dorf, R. Bishop. – Moscow: Laboratory of Basic Knowledge, 2 Newton, 2004. – 832 p.