

УДК 621.391.8

**ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ШУМОПОДАВЛЕНИЯ
СИНТЕТИЧЕСКОГО СИГНАЛА МЕТОДАМИ СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО
И ФИЛЬТРОМ БАТТЕРВОРТА****Аскеров Салех Теймур оглы,**

Студент группы ИУК5-11М

Калужский филиал Московского государственного технического университета имени Н.Э.
Баумана

askerovst1@student.bmstu.ru

Романовский Илья Олегович,

Студент группы ИУК5-11М

Калужский филиал Московского государственного технического университета имени Н.Э.
Баумана

romanovskiyio@student.bmstu.ru

Буракова Мария Сергеевна,

ассистент кафедры ИУК5 КФ

Калужский филиал Московского государственного технического университета имени Н.Э.
Баумана

m.burakova@bmstu.ru

Аннотация

В статье рассматривается задача подавления аддитивного шума в одномерном сигнале на основе воспроизводимого синтетического примера. Выполнено сравнение двух методов предварительной обработки: сглаживания скользящим средним и низкочастотной фильтрации Баттерворта. Качество восстановления оценивается по среднеквадратичной ошибке (MSE) относительно исходного сигнала, а также по визуальному анализу временных реализаций до и после фильтрации. Исследуется влияние параметров фильтров на компромисс между подавлением шума и искажением полезной компоненты. Представлены рекомендации по выбору параметров в зависимости от требуемой степени сглаживания и допустимых искажений сигнала.

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов, шумоподавление, синтетический сигнал, скользящее среднее, фильтр Баттерворта, низкочастотная фильтрация.

**EVALUATION OF THE EFFECTIVENESS OF NOISE REDUCTION OF A
SYNTHETIC SIGNAL USING THE SLIDING AVERAGE METHOD AND THE
BUTTERWORTH FILTER**

Saleh T. Askerov,

Student of group IUK5-11M

Bauman Moscow State Technical University (Kaluga Branch)

askerovst1@student.bmstu.ru

Илья О. Romanovskiy,

Student of group IUK5-11M

Bauman Moscow State Technical University (Kaluga Branch)

romanovskiyio@student.bmstu.ru

Maria S. Burakova,

Student of group IUK5-11M

Bauman Moscow State Technical University (Kaluga Branch)

m.burakova@bmstu.ru

ABSTRACT

The paper considers the problem of additive noise suppression in a one-dimensional signal based on a reproducible synthetic example. A comparison is made of two preprocessing methods: moving average smoothing and Butterworth low-pass filtering. The quality of reconstruction is evaluated by the mean squared error (MSE) with respect to the original signal, as well as by visual analysis of the time-domain realizations before and after filtering. The influence of filter parameters on the trade-off between noise suppression and distortion of the useful component is investigated. Recommendations are provided for selecting parameters depending on the required degree of smoothing and the acceptable signal distortion.

Keywords: digital signal processing, noise reduction, synthetic signal, moving average, Butterworth filter, low-frequency filtering.

Введение

Шум неизбежно присутствует в измерительных и вычислительных системах и ухудшает точность последующего анализа. В работе рассматривается простая и воспроизводимая постановка для сравнения двух базовых методов фильтрации на синтетическом сигнале. Во многих прикладных задачах цифровой обработки сигналов требуется быстрое подавление аддитивного шума на этапе предварительной обработки, чтобы повысить качество оценивания параметров, детектирования событий или построения признаков. При этом на практике часто выбирают между простыми методами сглаживания и классическими низкочастотными фильтрами, не всегда имея количественную оценку влияния параметров на искажения полезной компоненты [4]. Поэтому сравнение поведения скользящего среднего и фильтра Баттерворта на контролируемом примере представляет практический интерес. Цель работы – оценить эффективность шумоподавления синтетического сигнала методами скользящего среднего и низкочастотным фильтром Баттерворта по критерию MSE и визуальным характеристикам восстановления [5]. Объектом исследования является одномерный сигнал с заданной полезной составляющей и аддитивным шумом, что позволяет однозначно сравнивать результаты фильтрации с эталонным сигналом.

Обзор объектов исследования

Метод скользящего среднего

Метод скользящего среднего (moving average) относится к простейшим методам линейной фильтрации и применяется для сглаживания зашумленных временных рядов за счёт усреднения соседних отсчётов в окне фиксированной длины [3]. Данный подход широко используется на этапе предварительной обработки сигналов благодаря простоте реализации и низким вычислительным затратам.

Основная идея метода заключается в подавлении высокочастотных шумовых компонент при сохранении общей формы полезного сигнала. Эффективность сглаживания определяется длиной окна усреднения: при увеличении размера окна возрастает степень подавления шума, однако одновременно усиливаются искажения полезной компоненты, особенно в областях резких изменений сигнала. Таким образом, выбор параметров метода представляет собой компромисс между качеством шумоподавления и сохранением информативных особенностей сигнала.

Метод скользящего среднего обладает линейной фазовой характеристикой, что позволяет избежать фазовых искажений, однако он характеризуется ограниченной частотной избирательностью. Это накладывает ограничения на его применение в задачах, где требуется точное разделение полезного сигнала и шума с близкими спектральными характеристиками.

Фильтр Баттерворта

Фильтр Баттерворта относится к классу классических низкочастотных фильтров и широко применяется в задачах цифровой обработки сигналов для подавления высокочастотного шума. Его отличительной особенностью является максимально гладкая амплитудно-частотная характеристика в полосе пропускания, что обеспечивает минимальные искажения амплитуды полезного сигнала.

В отличие от метода скользящего среднего, фильтр Баттерворта позволяет более гибко настраивать частотные свойства фильтра за счёт выбора порядка и частоты среза. Увеличение порядка фильтра приводит к более резкому переходу между полосой пропускания и полосой подавления, что позволяет эффективнее отделять полезную составляющую сигнала от шумовых компонентов.

К недостаткам фильтра Баттерворта можно отнести более сложную процедуру настройки параметров и возможные фазовые искажения, характерные для рекурсивных фильтров. Тем не менее, благодаря высокой эффективности шумоподавления и универсальности, данный фильтр широко используется в прикладных задачах обработки сигналов и является стандартным инструментом для предварительной фильтрации данных [2].

Теоретическая часть

Модель зашумленного сигнала

В рамках данной работы рассматривается одномерный дискретный сигнал, содержащий полезную компоненту и аддитивный шум. Наблюдаемый сигнал $x(n)$ может быть представлен в виде суммы эталонного сигнала $s(n)$ и шумовой составляющей $\eta(n)$:

$$x(n)=s(n)+\eta(n)$$

где $n=0,1,\dots,N-1$ – номер дискретного отсчёта. Шум $\eta(n)$ моделируется как стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, что соответствует распространённой модели аддитивного белого шума. Такая постановка позволяет однозначно сравнивать результаты фильтрации с известным эталонным сигналом и количественно оценивать эффективность методов шумоподавления.

Метод скользящего среднего

Метод скользящего среднего относится к линейным методам цифровой фильтрации и широко применяется для сглаживания зашумленных сигналов. Основная идея метода заключается в замене текущего значения сигнала средним арифметическим значений в окне фиксированной длины.

Для окна длины M выходной сигнал $y_{MA}(n)$ определяется выражением:

$$y_{MA}(n) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x(n-k)$$

где

M – длина окна усреднения,

$x(n)$ – входной зашумленный сигнал,

$y_{MA}(n)$ – отфильтрованный сигнал.

Таким образом, каждый отсчёт выходного сигнала формируется путём усреднения M соседних значений входного сигнала. Увеличение длины окна приводит к более интенсивному подавлению высокочастотных шумовых компонент, однако одновременно может вызывать сглаживание и искажение полезного сигнала, особенно в областях с резкими изменениями.

С точки зрения частотных характеристик фильтр скользящего среднего является низкочастотным фильтром с линейной фазовой характеристикой, что обеспечивает отсутствие фазовых искажений, но ограничивает возможности точной настройки полосы пропускания

Низкочастотный фильтр Баттерворта

Фильтр Баттерворта относится к классу рекурсивных (IIR) цифровых фильтров и характеризуется максимально гладкой амплитудно-частотной характеристикой в полосе пропускания. Его ключевым свойством является отсутствие пульсаций как в полосе пропускания, так и в полосе подавления.

Амплитудно-частотная характеристика аналогового фильтра Баттерворта порядка N задаётся выражением:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \frac{\omega^{2N}}{\omega_c^{2N}}}$$

где

ω – угловая частота,

ω_c – частота среза,

N – порядок фильтра.

При увеличении порядка фильтра обеспечивается более резкий спад характеристики в полосе подавления, что позволяет эффективнее отделять полезную низкочастотную компоненту сигнала от высокочастотного шума.

Для обработки дискретных сигналов аналоговый фильтр Баттерворта преобразуется в цифровую форму, например, с использованием билинейного преобразования. В результате цифровой фильтр описывается разностным уравнением:

$$y(n) = \sum_{k=0}^K b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^L a_k y(n-k)$$

a_k, b_k – коэффициенты фильтра,

$x(n)$ – входной сигнал,

$y(n)$ – выходной сигнал.

Рекурсивная структура позволяет достичь высокой эффективности шумоподавления при сравнительно низком порядке фильтра.

Критерий оценки эффективности фильтрации

Для количественной оценки качества восстановления сигнала в работе используется среднеквадратичная ошибка (Mean Squared Error, MSE), которая характеризует среднее отклонение отфильтрованного сигнала от эталонного:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (s(n) - s^{\wedge}(n))^2$$

где $s^{\wedge}(n)$ – сигнал после применения метода фильтрации. Чем меньше значение MSE, тем выше точность восстановления полезной компоненты.

Данный критерий позволяет проводить объективное сравнение методов скользящего среднего и фильтра Баттерворта, а также анализировать влияние их параметров на качество шумоподавления [1].

Практическая часть

Материалы и методы

Исследование выполнено на синтетическом дискретном сигнале длительностью 10 секунд при частоте дискретизации 200 Гц (2000 отсчетов). Полезная компонента сформирована как сумма двух гармоник 2 Гц и 12 Гц; затем добавлен аддитивный белый гауссов шум с нулевым средним и среднеквадратичным отклонением 0,35.

Методы фильтрации:

Скользящее среднее (moving average): рассматривались окна усреднения 5, 11, 21 и 41 отсчет.

Низкочастотный фильтр Баттерворта: рассматривались порядки 2 и 4, частоты среза 8 Гц, 12 Гц и 20 Гц; для офлайн-обработки применялся режим нулевой фазы (двухпроходная фильтрация), что является стандартной практикой и поддерживается распространенными библиотечными реализациями.

Эффективность оценивалась по среднеквадратичной ошибке (MSE) между эталонным «чистым» сигналом и сигналом после фильтрации.

Результаты

В таблице 1 приведены значения MSE для исходного зашумленного сигнала и для всех наборов параметров фильтрации.

Таблица 1 – Результаты исследования

Метод	Параметры	MSE
Без фильтрации	–	0,122
Скользящее среднее	Окно 5	0,078
Скользящее среднее	Окно 11	0,059
Скользящее среднее	Окно 21	0,064
Скользящее среднее	Окно 41	0,092
Баттерворт НЧ	Порядок 2, срез 8 Гц	0,070
Баттерворт НЧ	Порядок 2, срез 12 Гц	0,047
Баттерворт НЧ	Порядок 2, срез 20 Гц	0,060
Баттерворт НЧ	Порядок 4, срез 8 Гц	0,062
Баттерворт НЧ	Порядок 4, срез 12 Гц	0,041
Баттерворт НЧ	Порядок 4, срез 20 Гц	0,056

Обсуждение

Полученные значения MSE показывают, что оба подхода способны заметно снизить ошибку по сравнению с исходным зашумленным сигналом, однако характер этого улучшения различается из-за разных принципов фильтрации. Для скользящего среднего наблюдается типичный компромисс: при увеличении окна сначала уменьшается вклад шума, но после достижения некоторого диапазона параметров начинает доминировать сглаживание полезной компоненты, что приводит к росту MSE. Такой эффект особенно заметен для сигналов, содержащих более высокочастотные составляющие: они начинают ослабляться и “размываться” быстрее, чем уменьшается шум.

Фильтр Баттерворта демонстрирует большую гибкость настройки за счет двух параметров (порядок и частота среза), что позволяет точнее согласовать фильтрацию со спектром полезной компоненты. При слишком низкой частоте среза происходит подавление не только шума, но и полезной 12-герцовой составляющей, поэтому ошибка возрастает, даже если визуально сигнал выглядит «более гладким». При слишком высокой частоте среза существенная часть высокочастотных шумовых колебаний сохраняется, что также ухудшает MSE. Таким образом, центральным фактором для Баттерворта является корректная привязка частоты среза к содержанию полезного сигнала.

Увеличение порядка фильтра Баттерворта, как правило, улучшает разделение полосы пропускания и подавления за счет более резкого перехода, поэтому при удачно выбранной частоте среза можно получить меньшую MSE по сравнению с фильтром меньшего порядка. Вместе с тем более высокий порядок повышает чувствительность результата к настройке и может усиливать переходные эффекты, поэтому в офлайн-обработке оправдано применение режима нулевой фазы (двухпроходной фильтрации), чтобы исключить влияние фазового сдвига на сравнение методов.

С практической точки зрения скользящее среднее удобно как быстрый baseline-метод: оно имеет минимальные вычислительные затраты и один параметр настройки, что важно для первичной предобработки и быстрых прототипов. Фильтр Баттерворта целесообразно применять, когда требуется управлять частотными свойствами фильтрации и есть априорное представление о полосе полезного сигнала: в этом случае настройка частоты среза и порядка позволяет добиться лучшего качества восстановления по MSE при меньших искажениях формы.

Список литературы:

1. Nidhi Rastogi, Rajesh Mehra. Analysis of Butterworth and Chebyshev Filters for ECG Denoising Using Wavelets // IOSR Journal of Electronics and Communication Engineering (IOSR-JECE). – 2013. – Vol. 6, No. 6. – Pp. 37–44. – URL: <https://www.iosrjournals.org/iosr-jece/papers/Vol6-Issue6/G0663744.pdf>.
2. Samson D.Yusuf, Francis C. Maduakolam, Ibrahim Umar, Abdulmumini Z. Loko. Analysis of Butterworth Filter For Electrocardiogram De-Noiseing Using Daubechies Wavelets // SSRG International Journal of Electronics and Communication Engineering. – 2020. – Vol. 7, No. 4. – Pp. 1–6. – DOI 10.14445/23488549/IJECE-V7I4P103.
3. Azami, H., Mohammadi, K. and Bozorgtabar, B. An Improved Signal Segmentation Using Moving Average and Savitzky-Golay Filter // Journal of Signal and Information Processing. – 2012. – Vol. 3. – Pp. 450–456. – DOI 10.4236/jsip.2012.31006.
4. Manoj Kumar. Design and Implementation of Digital Low Pass FIR and IIR Filters Using VHDL for ECG Denoising // International Journal of Engineering Trends and Technology. – 2022. – Vol. 72, No. 1. – Pp. 125–131. – DOI 10.14445/22315381/IJETT-V72I1P125.

5. Katiar Mamta, Anju. Performance Evaluation of Mean Square Error of Butterworth and Chebyshev1 Filter with Matlab // International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). - 2012. - Vol. 1, No. 3. - Pp. 1-5. - DOI 10.17577/IJERTV1IS3104.

References:

1. Nidhi Rastogi, Rajesh Mehra. Analysis of Butterworth and Chebyshev Filters for ECG Denoising Using Wavelets // IOSR Journal of Electronics and Communication Engineering (IOSR-JECE). - 2013. - Vol. 6, No. 6. - Pp. 37-44. - URL: <https://www.iosrjournals.org/iosr-jece/papers/Vol6-Issue6/G0663744.pdf>.
2. Samson D.Yusuf, Francis C. Maduakolam, Ibrahim Umar, Abdulmumini Z. Loko. Analysis of Butterworth Filter For Electrocardiogram De-Noising Using Daubechies Wavelets // SSRG International Journal of Electronics and Communication Engineering. - 2020. - Vol. 7, No. 4. - Pp. 1-6. - DOI 10.14445/23488549/IJECE-V7I4P103.
3. Azami, H., Mohammadi, K. and Bozorgtabar, B. An Improved Signal Segmentation Using Moving Average and Savitzky-Golay Filter // Journal of Signal and Information Processing. - 2012. - Vol. 3. - Pp. 450-456. - DOI 10.4236/jsip.2012.31006.
4. Manoj Kumar. Design and Implementation of Digital Low Pass FIR and IIR Filters Using VHDL for ECG Denoising // International Journal of Engineering Trends and Technology. - 2022. - Vol. 72, No. 1. - Pp. 125-131. - DOI 10.14445/22315381/IJETT-V72I1P125.
5. Katiar Mamta, Anju. Performance Evaluation of Mean Square Error of Butterworth and Chebyshev1 Filter with Matlab // International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). - 2012. - Vol. 1, No. 3. - Pp. 1-5. - DOI 10.17577/IJERTV1IS3104.