

УДК 629.12

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ГИДРОДИНАМИКА**Елисеева Ольга Владимировна,**ФГАОУ ВО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова»
Россия, г. Северодвинск, кафедра кораблестроения, старший преподаватель,
o.eliseeva@narfu.ru**Романова Эльвира Васильевна,**ФГАОУ ВО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова»
Россия, г. Северодвинск, кафедра кораблестроения, старший преподаватель
e.romanova@narfu.ru**Аннотация**

В статье рассмотрены определяющие уравнения вычислительной гидродинамики: уравнение неразрывности, уравнение сохранения импульса и закон сохранения энергии, проанализированы методы прогнозирования турбулентных потоков: метод усреднённого по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (RANS), моделирование крупных вихрей (LES) и прямое численное моделирование (DNS).

Ключевые слова: гидродинамика, турбулентность, моделирование, проектирование судов, сопротивление воды

COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS**Yeliseeva Olga Vladimirovna,**Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov, Severodvinsk, Russia,
Department of Shipbuilding, Senior Lecturer
o.eliseeva@narfu.ru**Romanova Elvira Vasilyevna,**Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov, Severodvinsk, Russia,
Department of Shipbuilding, Senior Lecturer
e.romanova@narfu.ru**ABSTRACT**

The article considers the defining equations of computational fluid dynamics: the continuity equation, the momentum conservation equation and the law of conservation of energy, analyzes methods for predicting turbulent flows: the method of the Reynolds averaged Navier-Stokes equation (RANS), modeling of large vortices (LES) and direct numerical modeling (DNS).

Keywords: hydrodynamics, turbulence, modeling, ship design, water resistance

Физическое моделирование в опытовых бассейнах до сих пор является важнейшим этапом в процессе проектирования судна. Однако, в последние годы широкое распространение получило компьютерное моделирование в связи с интенсивным развитием численных методов и вычислительной техники. Задачи обтекания судна выполняются при помощи методов вычислительной гидродинамики.

Вычислительная гидродинамика (ВГД, CFD) – это наука о моделировании течения жидкости, процессов тепло- и массообмена, химических реакций и сопутствующих явлений путём численного решения системы определяющих уравнений. Для визуализации горения, течения жидкости, воздушных потоков зачастую используются упрощённые методы, пренебрегающие трением, в то время как для исследования физических процессов необходимо моделирование уравнений Навье-Стокса, которые учитывают ещё и трение [6].

Эти методы были внедрены в 80-х годах как мощный инструмент проектирования, который раньше всего появился в автомобильной и аэрокосмической отраслях. Но его внедрение в проектировании судов шло медленными темпами, поскольку судостроение – это консервативная сфера, существующая не одну сотню лет, которая опирается на исторический опыт эксплуатации. В то время как молодые отрасли в виде автомобилестроения и авиастроения не имели исторических данных, на которые можно было опираться, что и стало толчком для вынужденной адаптации к новым технологическим подходам.

При проектировании судна существует ряд характеристик, которым необходимо уделить больше внимания. В основном это требуется для получения максимального значения коэффициента эксплуатации при минимальной мощности. Одной из таких характеристик является сопротивление движению судна, которое будет рассматриваться в данной работе.

Определение сопротивления воды движению судна является сложной проблемой, поскольку практически невозможно математически описать влияние параметров формы корпуса на сопротивление. В практике проектирования судов используются следующие методы определения сопротивления воды [1]:

расчёт буксировочного сопротивления или буксировочной мощности по приближенным формулам;

пересчёт буксировочной мощности по данным прототипа;

расчёт остаточного сопротивления по диаграммам и графикам, построенным по результатам буксировочных испытаний систематических серий моделей.

Сложная физическая природа возникновения сопротивления воды движению судна и сложность формы корпуса в его подводной части затрудняют оценку сопротивления аналитическими методами. Наиболее точным, но и наиболее трудоёмким способом определения сопротивления движению судов с произвольной формой обводов являются эксперименты с моделями в опытовых бассейнах. Эти недостатки можно преодолеть с помощью методов вычислительной гидродинамики или численного моделирования благодаря достаточно высокой точности результатов по сравнению с традиционным и экспериментальным подходами при сравнительно низких затратах ресурсов.

Определяющие уравнения вычислительной гидродинамики. Базой для решения задач в области вычислительной гидродинамики является формулировка основных уравнений, характеризующих поток, а именно:

уравнение неразрывности;

уравнение сохранения импульса;
уравнение сохранения энергии;
уравнение состояния (для газов).

Уравнение неразрывности (закон сохранения массы) представляет собой зависимость между скоростями в потоке жидкости, для которого соблюдается условие сплошности, или неразрывности течения, т.е. в реальных потоках жидкостей и газов материя нигде не исчезает и нигде вновь не создаётся. Поэтому мы можем рассматривать только такие скоростные поля, которые удовлетворяют требованию сохранения материи или массы [6].

Проще всего математически сформулировать это требование для установившихся движений. В этом случае через каждое поперечное сечение трубки тока должна протекать в единицу времени одна и та же масса жидкости [4].

$$\vec{v} \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

Здесь использован векторный оператор Гамильтона ($\vec{\nabla}$). Образно говоря, это условный вектор, компоненты которого – операторы дифференцирования по соответствующим координатам. С его помощью можно очень кратко обозначать разного рода операции над скалярами, векторами, тензорами высших рангов.

Уравнение сохранения импульса может иметь различный вид в зависимости от наличия или отсутствия трения: Навье–Стокса (для потоков с наличием трения) или Эйлера (без трения). В зависимости от условий задачи среда может рассматриваться как сжимаемая или несжимаемая. В последнем случае уравнения значительно упрощаются.

Уравнение Навье–Стокса названо в честь Клода-Луи Навье (1785-1836) и Джорджа Габриэля Стокса (1819-1903). В ситуациях, когда в жидкости нет сильных градиентов температуры, хорошим приближением является рассмотрение вязкости как пространственно однородной величины, и в этом случае уравнение Навье–Стокса несколько упрощается [4].

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \cdot \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p' + \nu \nabla^2 \vec{V}, \quad (2)$$

В технических устройствах часто имеют место случаи течения жидкости и газа, сопровождающиеся теплообменом с окружающей средой, существенным переходом механической работы в теплоту. В этих случаях для определения параметров состояния рабочей среды недостаточно только уравнений движения (Эйлера, либо Навье–Стокса), а дополнительно требуется использовать уравнение, выражающее общий термодинамический закон сохранения энергии [3].

Закон сохранения энергии в контрольном объёме формулируется следующим образом: изменение полной (внутренней плюс кинетической) энергии в контрольном объёме в единицу времени равно сумме мощности внешних (поверхностных и объёмных) сил, действующих на контрольный объём теплового потока, подведённого к нему извне и мощности внутренних источников тепловыделения.

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = -\frac{p}{\rho} \nabla \cdot \vec{v} + \frac{\chi}{\rho} + \frac{\nabla(k\nabla T)}{\rho}, \quad (3)$$

Согласно уравнению, внутренняя энергия на единицу массы сопутствующего жидкого элемента развивается во времени в результате работы, выполняемой на элементе давлением при изменении его объёма, вязкого тепловыделения из-за сдвига потока и теплопроводности.

Моделирование турбулентности. Существует несколько методов прогнозирования турбулентных потоков. Наиболее распространёнными методами являются метод усреднённого по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса (RANS), моделирование крупных вихрей (LES) и прямое численное моделирование (DNS), где последний считается наиболее точным подходом к моделированию турбулентности [2]. С помощью DNS разрешаются все движения, содержащиеся в потоке. Вычислительная область должна быть по крайней мере

такой же большой, как самый большой турбулентный вихрь, а размер сетки должен быть достаточно мал, чтобы охватить всю диссипацию кинетической энергии. Это приводит к относительно большому количеству ячеек сетки, что из-за ограничений вычислительных мощностей суперкомпьютеров делает прямое численное моделирование применимым только при числах Рейнольдса порядка 10^4 . DNS решает все проблемы турбулентности, поэтому полученная информация очень детализирована, что для инженерных расчётов является избыточным. Поэтому DNS в большей или меньшей степени используется только в исследовательских целях.

В тех случаях, когда числа Рейнольдса слишком велики или геометрия слишком сложна для применения DNS, альтернативным методом является моделирование крупных вихрей (LES) или уравнения RANS. Моделирование крупных вихрей захватывает только вихри, размер которых превышает один размер ячейки. Моделирование основано на теории, что крупномасштабные движения, как правило, гораздо более энергичны, чем малые, поэтому они являются наиболее эффективными переносчиками сохранённой энергии. Для инженерных целей с установившимся поведением метод RANS является распространённым подходом. Этот метод моделирует все нестационарные турбулентные вихри с помощью модели турбулентности (см. рисунок 1) [5]. Не предпринимается никаких попыток разрешить даже самые большие вихри. Вместо этого используются математические модели, учитывающие смешение и диффузию, вызванные турбулентными вихрями.

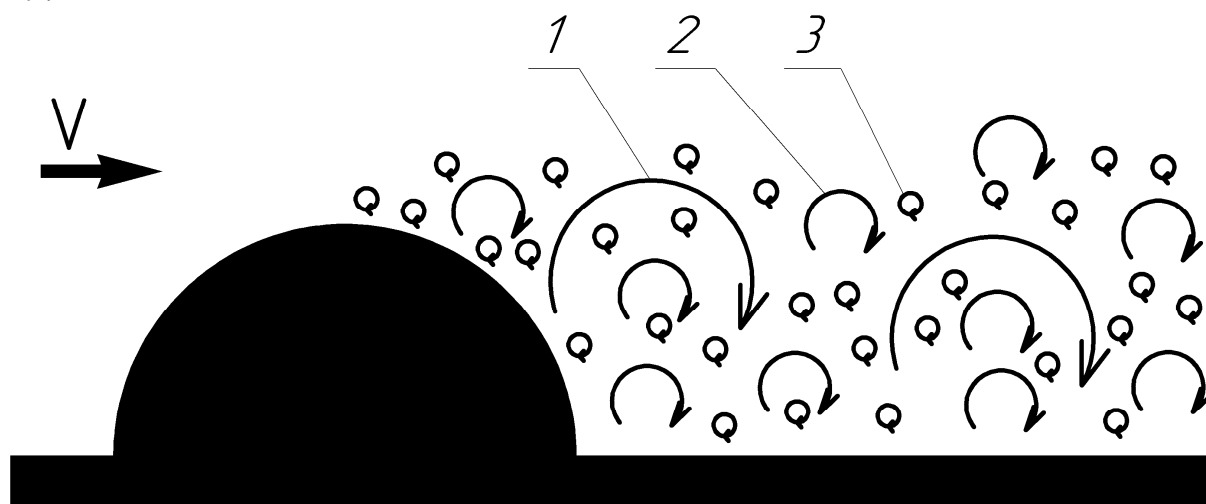


Рисунок 1. Схематическое представление турбулентных вихрей, моделируемых разными методами:

1 - RANS, LES, DNS; 2 - LES, DNS; 3 - DNS

1. Условие стенки, значение y^+ . Условие стенки объясняет, что средняя скорость турбулентного потока в некоторой точке пропорциональна логарифму расстояния от этой точки до стенки. Значение y^+ – это расстояние от стенки, которое становится безразмерным из-за скорости трения u_τ и кинематической вязкости ν (см. рисунок 2) [https://www.cfdsupport.com/flat-plate-benchmark/?utm_medium=organic&utm_source=yandexsmartcamera].

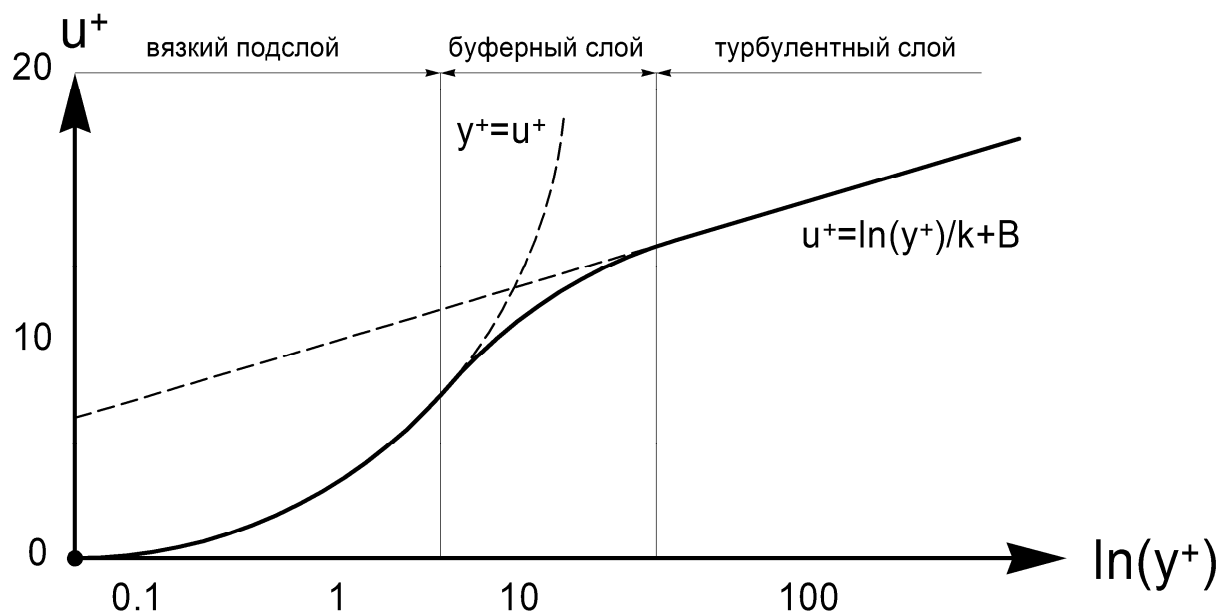


Рисунок 2. Области значений y^+

Скорость трения/скорость сдвига определяется напряжением трения стенки τ_w и плотностью текучей среды ρ [2].

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}, \tag{4}$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \tag{5}$$

При настройке параметров моделирования очень важно контролировать значение y^+ . В зависимости от того, какое условие обработки стенки выбрано, следует соответствующим образом выбрать параметры. В Star CCM+ представлены три различных моделей обработки стенки.

Параметризация стенок низким числом y^+ согласуется с моделированием при низких числах Рейнольдса. Использование этой модели предполагает, что вязкий подслой полностью разрешён, поэтому Star CCM+ решает пограничный слой, это означает, что дополнительных условий пристеночной функции не требуется. Для этой модели следует сохранять значения y^+ в диапазоне от 1 до 5.

$$u^+ = y^+, \tag{6}$$

Параметризация стенок высоким числом y^+ – это метод с условиями пристеночной функции, который использует теорию равновесного турбулентного пограничного слоя для получения напряжения трения стенки τ_w , зарождения турбулентности и турбулентной диссипации. Для данной модели желательно добиваться значений y^+ более 30, что находится в логарифмической области пограничного слоя. Некоторые ячейки поверхностной области, могут иметь значение y^+ ниже 30, что является допустимым [6].

$$u^+ = \frac{1}{k(\text{von Karman's const.}(\approx 0.41))} \ln(y^+) + B(\text{const.} \approx 5.1), \tag{7}$$

Последняя модель представляет из себя гибридный подход к параметризации стенок при помощи y^+ . Эта модель совмещает в себе две предыдущие, как на мелкой, так и на грубой сетке. Цель данного метода – дать результаты, аналогичные модели с низким числом y^+ при приближении к 0 и высоким числом y^+ , когда превышает 30. Также гибридная модель даёт соответствующие результаты в значениях от 5 до 30, даже в том случае, если некоторые ячейки выпадают из данного диапазона [2].

Число Куранта – это ключевое безразмерное число, используемое в CFD. Это отношение временного шага Δt к характерному времени конвекции – $v/\Delta x$, которое необходимо для перемещения частицы на расстояние Δx [6].

$$C = \frac{u\Delta t}{\Delta x}, \quad (8)$$

На сегодняшний день методы вычислительной гидродинамики имеют большой потенциал для экономии времени в процессе проектирования и, следовательно, они (методы ВГД) дешевле и быстрее по сравнению с традиционным тестированием для сбора данных. Кроме того, при испытаниях в опытовых бассейнах одновременно измеряется лишь ограниченное количество величин, тогда как при анализе методами ВГД все необходимые величины могут быть измерены одновременно с высокой точностью.

Список литературы:

1. Астахов В.Е., Горобец В.С., Техничко-экономические обоснования проектирования промысловых судов [Текст] – Изд-во «Судостроение», Ленинград – 1982 – 248 с.
2. Белов И.А., Исаев С.А. Моделирование турбулентных течений, Балтийский государственный технический университет [Текст] – Типография БГТУ, Санкт-Петербург – 2001 – 108 с.
3. Гарбарук А.В. Конспект лекций дисциплины «Течения вязкой жидкости и модели турбулентности: методы расчета турбулентных течений» [Текст] – Изд-во Политехнического университета, Санкт-Петербург – 2010 – 127 с.
4. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений [Текст] – Изд-во Политехнического университета, Санкт-Петербург – 2012 – 88 с.
5. Исаев С.А. Моделирование турбулентности [Электронный ресурс]: Режим доступа: https://26_04_2013Presentation_turb.ppt/ – Загл. с экрана.
6. Павловский В.А., Никущенко Д.В. Вычислительная гидродинамика. Теоретические основы: Учебное пособие – Изд-во «Лань», Санкт-Петербург – 2018 – 368 с.

References:

1. Astakhov V.E., Gorobets V.S., Feasibility Studies for the Design of Fishing Vessels [Text] – Sudostroenie Publishing House, Leningrad – 1982 – 248 p.
2. Belov I.A., Isaev S.A. Modeling Turbulent Flows, Baltic State Technical University [Text] – BSTU Printing House, Saint Petersburg – 2001 – 108 p.
3. Garbaruk A.V. Lecture Notes for the Course "Viscous Fluid Flows and Turbulence Models: Methods for Calculating Turbulent Flows" [Text] – Polytechnic University Publishing House, Saint Petersburg – 2010 – 127 p.
4. Garbaruk A.V., Strelets M.Kh., Shur M.L. Modeling Turbulence in Complex Flow Calculations [Text] – Publishing House of the Polytechnic University, St. Petersburg – 2012 – 88 p.
5. Isaev S.A. Modeling Turbulence [Electronic resource]: Access mode: https://26_04_2013Presentation_turb.ppt/ – Title from the screen.
6. Pavlovsky V.A., Nikushchenko D.V. Computational Fluid Dynamics. Theoretical Foundations: A Textbook – Publishing House "Lan", St. Petersburg – 2018 – 368 p.